

رياضيات النجاح	الأعداد الصحيحة الطبيعية مبادئ في الحسابيات حلول مقترحة	الجذع المشترك العلمي والتكنولوجي
تمرين 1 : m و n عدنان صحيحان طبيعيان غير منعدمان . - لدينا : $A = 4m + 1 = 2 \times (2m) + 1$ وبما أن $2m \in \mathbb{N}$ فإن A عدد فردي - لدينا : $B = 2n + 12 + 1 = 2(n + 6) + 1$ وبما أن $n + 6 \in \mathbb{N}$ فإن B عدد فردي - لدينا : $C = 2m + 6n + 2014 = 2(m + 3n + 1007)$ وبما أن $m + 3n + 1007 \in \mathbb{N}$ فإن C عدد زوجي - لدينا : $D = (2m + 1)^2 + 2^{n+1} = 4m^2 + 4m + 1 + 2 \times 2^n = 2(2m^2 + 2m + 2^n) + 1$ وبما أن $2m^2 + 2m + 2^n \in \mathbb{N}$ فإن D عدد فردي - لدينا : $E = n^2 + m^2 + n + m = n^2 + n + m^2 + m = n(n + 1) + m(m + 1)$ - بما أن $n(n + 1)$ و $m(m + 1)$ عبارة عن جذاء عددين متتابعين فإنهما زوجيان ، إذن مجموعهما زوجي - بما أن $2n + 1$ عدد فردي فإن $(2n + 1)^{2014}$ عدد فردي ، وبما أن $2m + 1$ عدد فردي فإن $(2m + 1)^{2013}$ عدد فردي ، إذن $G = (2n + 1)^{2014} + (2m + 1)^{2013}$ عدد زوجي غالباً ما نستعمل خاصية الزوجية أو الفردية $(2k + 1 / 2k)$ ، لكننا نستعمل في أحيان أخرى بقواعد مجموع أو فرق أو جذاء أعداد معلومة الزوجية الكتابة $a \in \mathbb{N}$ تعني أن a عدد صحيح طبيعي		
تمرين 2 : a عدد صحيح طبيعي غير منعدم 1) لنبين أن $a^{2014} + a^{2015}$ عدد زوجي لدينا : $a^{2014} + a^{2015} = a^{2014}(1 + a) = a^{2013} \times a(a + 1)$ ، وبما أن $a(a + 1)$ عدد زوجي (جذاء عددين متتابعين) فإن : $a(a + 1) = 2k / k \in \mathbb{N}$ ، منه : $a^{2014} + a^{2015} = 2(k a^{2013})$ وبما أن $k a^{2013} \in \mathbb{N}$ فإن : $a^{2014} + a^{2015}$ 2) بين أن $a + a^3$ عدد زوجي لدينا : $a + a^3 = a + a^2 + a^3 - a^2 = a(1 + a) + a^2(a - 1) = a(1 + a) + a \times a(a - 1)$ وبما أن $a(a + 1) = 2p / p \in \mathbb{N}$ و $a(a + 1) = 2q / q \in \mathbb{N}$ فإن : $a(a - 1)$ و $a(a + 1)$ عدنان زوجيان منه : $a + a^3 = 2p + 2aq = 2(p + aq)$ ، وبما أن $p + aq \in \mathbb{N}$ ، فإن $a + a^3$ عدد زوجي		
تمرين 3 : لدينا a عدد صحيح طبيعي فردي ، منه $a = 2p + 1$ حيث $p \in \mathbb{N}$ إذن : $K = (2p + 1)^2 - 1 = 4p^2 + 4p + 1 - 1 = 4p(p + 1)$ وبما أن $p(p + 1)$ عدد زوجي (جذاء عددين متتابعين) فإنه يكتب على شكل : $p(p + 1) = 2m$ منه : $K = 8m$ حيث $m \in \mathbb{N}$ ، وهذا يعني أن K مضاعف للعدد 8		
تمرين 4 : 1) قواسم العدد 28 هي : $D_{28} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$ 2) لنحسب : $S = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = \frac{28}{28} + \frac{14}{28} + \frac{7}{28} + \frac{4}{28} + \frac{2}{28} + \frac{1}{28} = \frac{52}{28} = 2 \in \mathbb{N}$		

http:// xyzmath.e-monsite.com

تمرين 5 : نعتبر العددين : $A = 35\ 280$ و $B = 218\ 295$

218 295	3	35 280	2
72 765	3	17 640	2
24 255	3	8 820	2
8 085	3	4 410	2
2 695	5	2 205	3
539	7	735	3
77	7	245	5
11	11	49	7
1		7	7
		1	

(1) لنفكك إلى جذاء عوامل أولية العددين A و B :

$$\text{إذن: } A = 2^4 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^2 \text{ و } B = 3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1$$

(2) استنتج حساب $A \wedge B$ و $A \vee B$

$$A \vee B = 2^4 \times 3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1 = 3\ 492\ 720 \quad , \quad A \wedge B = 3^2 \times 5^1 \times 7^2 = 2\ 205$$

تذكير: القاسم المشترك الأكبر هو جذاء العوامل الأولية المشتركة للتفكيكين الأولين مرفوعة لأصغر أس
المضاعف المشترك الأصغر هو جذاء العوامل الأولية المشتركة و غير المشتركة للتفكيكين الأولين مرفوعة لأكبر أس

(1) تحقق أن : $(A \wedge B) \times (A \vee B) = A \times B$

$$\text{لدينا : } (A \wedge B) \times (A \vee B) = (2^4 \times 3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1) \times (3^2 \times 5^1 \times 7^2) = 2^4 \times 3^6 \times 5^2 \times 7^4 \times 11^1$$

$$\text{و } A \times B = (2^4 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^2) \times (3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1) = 2^4 \times 3^6 \times 5^2 \times 7^4 \times 11^1$$

بالتالي : $(A \wedge B) \times (A \vee B) = A \times B$

تمرين 6 :

(1) أكبر عدد أولي أصغر من 100 هو 97

يوجد 25 عدد أولي أصغر من 100 من المفيد جدا حفظ بعضها (2;3;5;7;11;13;17;19;23;29;...)

(2) العدد 123456789 عدد غير أولي لأنه يقبل القسمة على 3 (لأن مجموع أرقامه 45 يقبل القسمة على 3)

(3) p و q عددين أوليان أكبر من 2 ، إذن p و q فرديان لأن العدد الأولي الزوجي الوحيد هو 2

منه $p+q$ عدد زوجي، وبما أن $p+q > 4$ فهو ليس أوليا، لأنه لا يوجد عدد أولي زوجي أكبر من 4

تمرين 7 : - مزيدا من التفكير -

p عدد صحيح طبيعي أكبر من 1

$$(1) \text{ لنعمل : } 4p^4 + 1 = 4p^4 + 4p^2 + 1 - 4p^2 = (2p^2)^2 + 2 \times (2p^2) \times 1 + 1 - 4p^2 \\ = (2p^2 + 1)^2 - (2p)^2 = (2p^2 + 1 + 2p)(2p^2 + 1 - 2p)$$

(2) استنتج أن العدد $4p^4 + 1$ غير أولي

بما أن p عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 فإن : $p \geq 2$

$$\text{إذن : } 2p^2 + 1 + 2p \geq 13 \text{ و } 2p^2 + 1 - 2p = 2p(p-1) + 1 \geq 5$$

و حيث أن عبارة عن هذين عددين كلاهما أكبر من 2 فسيكون له على الأقل 4 قواسم مختلفة مثني
مثني (1 ونفسه و $2p^2 + 1 + 2p$ و $2p^2 + 1 - 2p$) ، بالتالي فهو غير أولي.

(3) بين أن 400 000 001 عدد غير أولي

$$\text{لدينا : } 400\,000\,001 = 400\,000\,000 + 1 = 4 \times 10^8 + 1 = 4 \times (10^2)^4 + 1 = 4 \times (100)^4 + 1$$

إذن بوضع : $p = 100$ في التعبير السابق نستنتج أن 400 000 001 عدد غير أولي