

سلسلة ملحوظة رقم 1

سلسلة تمارين في درس مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ أولية في الحسابيات

تمرين 1: من بين الأعداد التالية حدد تلك التي تمثل أعدادا صحيحة طبيعية: $2, 5, \sqrt{16}, \sqrt{2}, 12-17, \frac{11}{4}, 11, -5$

تمرين 2: باستعمال الرموز: $\in, \notin, \subset, \subset;$ املأ الفراغات التالية:

$\sqrt{16} \dots \mathbb{N}$ و $9 \dots \mathbb{N}$ و $\sqrt{2} \dots \mathbb{N}$ و $\frac{2}{3} \dots \mathbb{N}$ و $\frac{8}{2} \dots \mathbb{N}$ و $\sqrt{25} \dots \mathbb{N}$ و $\frac{\sqrt{100}}{5} \dots \mathbb{N}$ و $12-12 \dots \mathbb{N}$ و $\frac{2}{3} \dots \mathbb{N}$ و $\frac{8}{2} \dots \mathbb{N}$ و $\sqrt{27} \dots \mathbb{N}$ و $2.12 \dots \mathbb{N}$ و $\pi \dots \mathbb{N}$ و $0 \dots \mathbb{N}$ و $\{1; 2; 7\} \dots \mathbb{N}$ و $\{4; -2; 12\} \dots \mathbb{N}$

تمرين 3: $b \in \mathbb{N}$ و $a \in \mathbb{N}$

1) بين أنه اذا كان a عددا زوجيا و b عددا زوجيا فان $a+b$ عدد زوجي

2) بين أنه اذا كان a عددا فرديا و b عددا فرديا فان $a+b$ عدد زوجي

3) بين أنه اذا كان a عددا زوجيا فان a^2 عدد زوجي

4) بين أنه اذا كان a عددا فرديا فان a^2 عدد فردي

5) استنتج أنه اذا كان a^2 عدد فرديا فان a عددا فردي

تمرين 4: حدد المضاعفات العشرة الأولى للعدد 4

تمرين 5: حدد مضاعفات العدد 9 المحسورة بين 23 و 59

تمرين 6:

- حدد المضاعفات العشرة الأولى للعدد 6

- حدد المضاعفات العشرة الأولى للعدد 9

- حدد أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين 6 و 9

تمرين 7: نضع: $12 \times 7 \times 5 = 3 \times 5 \times 3 \times x = y$

دون حساب x و y بين أن:

1. 75 قاسم للعدد y .

2. 105 قاسم للعدد x .

تمرين 8: حدد الرقم x لكي يكون العدد: $2x^5 - 3$ قابلا للقسمة على 9

تمرين 9: ليكن n عنصرا من \mathbb{N}

نضع: $2n+7 = x$ و $4n+2 = y$.

1. بين أن x عدد فردي و y عدد مجي.

2. بين أن $(x+y)$ مضاعف للعدد 3.

تمرين 10:

1) أدرس قابلية قسمة العدد 3611790 على 2 و 3 و 4 و 5 و 9.

2) أدرس قابلية قسمة الأعداد: 120052005 و 1001001 و 19350 و 3140 و 3752 و 3333426 و 10 و 14561 و 200070 على 3 و 9.

تمرين 11: فكك العدد 60 الى جداء عوامل أولية ثم استنتج جميع قواسم العدد 60

تمرين 12: حدد جميع قواسم العدد 9 ثم حدد جميع قواسم العدد 16 ثم حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 9 و 61

تمرين 13: حدد كل الأعداد الأولية الأصغر من 30.

تمرين 14: هل العدد 1004001 عدد أولي؟

تمرين 15: حدد الأعداد الأولية من بين الأعداد التالية: 0 و 1 و 2 و 17 و 21 و 41 و 87 و 105 و 239 و 2787 و 191 و 1004001

تمرين 16: فكك الأعداد: 220 و 798 الى جداء عوامل أولية

حدد: $PPCM(220; 798)$ و $PGCD(220; 798)$

تمرين 17: $n \in \mathbb{N}$ أدرس زوجية الأعداد التالية:

$3n^3 + n$ $2n^2 + 7$ $6n^2 + 12n$ $4n + 9$ $4n^2 + 4n + 1$ $2n + 4$ $4 \times 51 + 1$ 4516

تمرين 18: فكك العدد 1344 الى جداء عوامل أولية

تمرين 19:

- 1) فك الأعداد : 220 و 798 و 5292 و 1650 الى جداء عوامل أولية
 2) حدد : $PGCD(220;798)$ و $PPCM(220;798)$
 $PPCM(1650;5292)$

تمرين 20:

- أحسب $a = 612$ و $PPCM(612;1530)$ و $PPCM(612;1530)$

2. بسط العدد $\frac{a}{b}$

3. أكتب العدد \sqrt{ab} على الشكل $\sqrt{m}\sqrt{n}$ حيث m و n عنصران من \mathbb{N}

تمرين 21: ليكن n عدداً صحيحاً طبيعياً فردياً

1. تأكّد من أن $1 - n^2$ مضاعف للعدد 8 في الحالات التالية :

$$n = 7 \quad n = 5 \quad n = 3 \quad n = 1$$

2. بين أن $1 - n^2$ مضاعف للعدد 4 كيّما كان العدد الصحيح الطبيعي الفردي n

3. بين أن $1 - n^2$ مضاعف للعدد 8 كيّما كان العدد الصحيح الطبيعي الفردي n

4. استنتج أن : $1 - n^4$ مضاعف للعدد 16

5. بين أنه اذا كان n و m عددين فرديين فان : $n^2 + m^2$ مضاعف للعدد 8

تمرين 22:

- (1) تأكّد أن : $n^2 + 3n + 3 = (n+1)(n+2) + 1$

(2) استنتج زوجية العدد $n^2 + 3n + 3$ حيث $n \in \mathbb{N}$

تمرين 23: أدرس زوجية الأعداد التالية حيث : $m \in \mathbb{N}$ و $n \in \mathbb{N}$

$$n^2 + 13n + 17 \quad 375^2 + 648^2 \quad 2n + 16 \quad 10n + 5 \quad 26n + 17 \quad 8n^2 + 12nm + 3 \quad 18n + 4m + 24 \quad 4n^2 + 4n + 1 \quad 5n^2 + n \quad n^3 - n \quad n^2 + n \quad n^2 + 5n \quad (n+1)^2 + 7n^2$$

تمرين 24: ليكن n عنصراً من \mathbb{N} نضع :

$$a = 6n + 1 \quad b = 12n^2 + 2$$

$$f = 3 \times 2^{n+1} + 5 \times 2^n \quad e = 2^{n+3}$$

1. أدرس زوجية الأعداد : a و e

2. بين أن $a + b$ مضاعف للعدد 3

3. بين أن e مضاعف للعدد 3 وأن f مضاعف للعدد 11

4. فك العددين e و f الى جداء عوامل أولية

$$eVf \quad e \wedge f$$

5. استنتاج

تمرين 25: حدد من بين الأعداد التالية الأعداد الأولية مطلاً جوابك: 1 و 49 و 653 و 667 و 3 و 103 و 5000001

تمرين 26: حدد الرقم x لكي يكون العدد $23x4x$ قابلاً للقسمة على 3 و عدد فردي (حدد جميع الأعداد الممكنة)

تمرين 27: حدد الرقم x لكي يكون العدد $752x3x$ قابلاً للقسمة على 3 و عدد زوجي (حدد جميع الأعداد الممكنة)

تمرين 28: نعتبر العدد $7a3b4$ حيث a و b رقمين صحيحين طبيعيين وأصغر من أو يساوي 5

حدد الرقمين a و b لكي يكون العدد $7a3b4$ قابلاً للقسمة على 3 و 4 في آن واحد (حدد جميع الأعداد الممكنة)

تمرين 29:

- (1) بين أن : $A = 7n^2 + 21n + 35$ مضاعف للعدد 7

$$(2) \text{ بين أن : } B = (2n-6)^2 + 8n + n(n+1) \text{ عدد زوجي}$$

$$(3) \text{ بين أن : } C = (2n-6)^2 + 8n + n(n+1)^2 \text{ يقبل القسمة على 4}$$

تمرين 30:

- (1) بين أن العددين $n^2 + 3n + 4$ و $n^2 - 3n + 4$ زوجيان

(2) استنتاج أن العدد $n^4 - n^2 + 16$ عدد يقبل القسمة على 4

تمرين 31: $n \in \mathbb{N}$

(أنشر): $(n+1)^2 - n^2$

(استنتج أن كل عدد فردي هو فرق مربعين متتاليين)

(أكتب الأعداد 17 و 29 و 29 و 2019 على شكل فرق مربعين متتاليين)

تمرين 32: $a = 33075$ و $b = 7875$ نضع

(فلك a و b الى جداء عوامل أولية و أحسب $33075 \wedge 7875$ و $33075 \vee 7875$)

(استنتج تبسيطا للعددين $\frac{a}{b}$ و \sqrt{a})

تمرين 33: $a = 540000$ نضع

(فلك a الى جداء عوامل أولية)

(حدد أصغر عدد صحيح طبيعي غير منعدم يجب ضربه في العدد a للحصول على مربع عدد صحيح طبيعي وحدده)

تمرين 34: 1 (1) حدد جميع قواسم العدد 22

(استنتج جميع الأزواج $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق العلاقة $22 = (x+2)(y+1)$)

(2) حدد جميع الأزواج $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق العلاقة $30 = x + xy + y$)

تمرين 35: 1 (1) حدد الأزواج $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق العلاقة $51 = x^2 - y^2$)

(2) حدد الأزواج $(a; b)$ من الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق النقطة $(S) \begin{cases} a^2 - b^2 = 7344 \\ a \wedge b = 18 \end{cases}$

تمرين 36: ليكن x و y عددين صحيحين طبيعين بحيث: $2^{x-2} + 7^{2y+1} + 6^x = 16844$ مع $x \geq 2$

(1) بين أن: $2^{x-2} (1 + 4 \times 3^x) = 16844 - 7^{2y+1}$

(2) بين أن: $16844 - 7^{2y+1}$ عدد فردي

(استنتج أن $x = 2$: ثم حدد قيمة y)

تمرين 37: $n \in \mathbb{N}$

(1) بين أن العدد $(n^3 + 3n^2 + n)(n^3 + 3n^2 + n + 2) + 1$ مربع كامل

(2) أنشر: $(n^2 + 3n + 1)^2$

(3) استنتاج أن العدد: $n(n+1)(n+2)(n+3) + 1$ مربع كامل

ملحوظة: $a \in \mathbb{N}$ a مربع كامل اذا وفقط اذا كان يكتب على الشكل: $a = b^2$ حيث

تمرين 38: يمكن توزيع تلميذ إحدى المؤسسات التعليمية إلى أقسام تتضمن كلها نفس العدد من التلاميذ ويمكن أن يكون هذا

العدد إما 28 تلميذا أو 36 تلميذا. حدد عدد تلاميذ هذه المؤسسة إذا علمت أنه محصور بين 1000 و 1020 تلميذا.

تمرين 39: نريد غرس أشجار على محيط حديقة على شكل مثلث أبعاده هي: 42m و 70m و 98m

حيث توجد شجرة في كل رأس من رؤوس المثلث والمسافة بين شجرتين متتابعتين ثابتة

(1) ماهي أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين؟

(2) ماهو اذن عدد الأشجار التي يمكن غرسها في هذه الحالة

تمرين 40: أرادت شركة أن ثبت أعمدة ضوئية على محيط ساحة عمومية مستطيلة الشكل أبعادها هي: 240m و 320m

حيث يوجد عمود ضوئي في كل ركن من رؤوس المستطيل والمسافة بين عمودين متتابعين ثابت و عدد صحيح طبيعي

(1) ماهي أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين عمودين متجاورتين؟

(2) ماهو اذن عدد الأعمدة الضوئية اللازمة للساحة في هذه الحالة؟

(3) ماهي المسافات التي تفوق 15m والتي يمكن للجماعة تركها بين عمودين متتابعين؟ أحسب في كل حالة الأعمدة اللازمة

تمرين 41: $n \in \mathbb{N}^*$

بين أن العدد $\sqrt{\frac{n}{n+1}}$ غير جزئي (يمكن استعمال البرهنة بالخلف)

تمرين 42: ليكن a عددا حقيقيا

(1) بين أن: $a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$

(استنتاج أن العدد: 100010001 ليس أوليا)