هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

الجذع المشترك العلمي و التكنلوجي	فرض الأولمبياد الجهوي في الرياضيات للجذع المشترك العلمي ـ المرحلة الثانية ـ	جهة سوس ماسة درعة نيابة أكادير

حلول مقترحة

تمرين 1 :

1

نعلم أن : $\left(\sqrt{a-1}-1\right)^2 \geq 0$

منه : $a-1-2\sqrt{a-1}+1 \geq 0$ منه : $a \geq 2\sqrt{a-1}$ منه : $\sqrt{a-1} \leq \frac{a}{2}$ منه : $b\sqrt{a-1} \leq \frac{ab}{2}$

مرة أخرى ، نعلم أن : $\left(\sqrt{b-1}-1\right)^2 \geq 0$

منه : $b-1-2\sqrt{b-1}+1 \geq 0$ منه : $b \geq 2\sqrt{b-1}$ منه : $\sqrt{b-1} \leq \frac{b}{2}$ منه : $a\sqrt{b-1} \leq \frac{ab}{2}$

من المتفاوتتين السابقتين نستنتج أن : $b\sqrt{a-1}+a\sqrt{b-1} \leq \frac{ab}{2}+\frac{ab}{2}$ أي : $\boxed{b\sqrt{a-1}+a\sqrt{b-1} \leq ab}$

2

لدينا : $\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)=1$ أي $\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\left(\sqrt{y^2+1}+y\right)=1$ ، منه : $\sqrt{x^2+1}+x=\frac{1}{\sqrt{y^2+1}+y}$

منه : $\sqrt{x^2+1}+x=\frac{1\left(\sqrt{y^2+1}-y\right)}{\left(\sqrt{y^2+1}+y\right)\left(\sqrt{y^2+1}-y\right)}=\frac{\sqrt{y^2+1}-y}{y^2+1-y^2}=\sqrt{y^2+1}-y$

منه : $x+y=\sqrt{y^2+1}-\sqrt{x^2+1} \quad (1)$

مرة أخرى ، لدينا : $\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\left(\sqrt{y^2+1}+y\right)=1$ ، منه : $\sqrt{y^2+1}+y=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$

منه : $\sqrt{y^2+1}+y=\frac{1\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)}{\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)}=\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{x^2+1-x^2}=\sqrt{x^2+1}-x$

منه : $x+y=\sqrt{x^2+1}-\sqrt{y^2+1} \quad (2)$

بجمع المتساويتين (1) و (2) نجد : $2(x+y)=0$ بالتالي : $\boxed{x+y=0}$

تمرين 2 :

نعلم أن لكل عددين حقيقيين موجبين a و b : $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

إذن : $1+\frac{1}{y^2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{y^2}}$ أي $1+\frac{1}{y^2} \geq \frac{2}{y}$ منه : $x\left(1+\frac{1}{y^2}\right) \geq \frac{2x}{y}$

أيضا : $1+\frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x^2}}$ أي $1+\frac{1}{x^2} \geq \frac{2}{x}$ منه : $y\left(1+\frac{1}{y^2}\right) \geq \frac{2y}{x}$

إذن : $x\left(1+\frac{1}{y^2}\right)+y\left(1+\frac{1}{y^2}\right) \geq \frac{2x}{y}+\frac{2y}{x}$

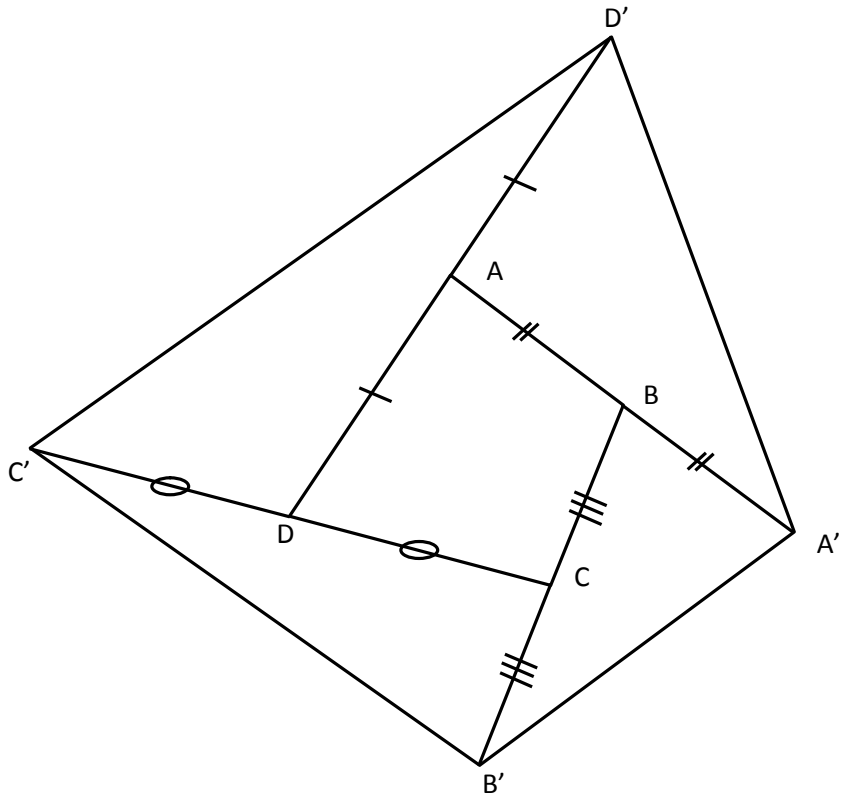
ولدينا مرة ثالثة $\frac{2x}{y}+\frac{2y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{2x}{y}\times\frac{2y}{x}}$ أي $\frac{2x}{y}+\frac{2y}{x} \geq 4$ ، بالتالي $x\left(1+\frac{1}{y^2}\right)+y\left(1+\frac{1}{y^2}\right) \geq \frac{2x}{y}+\frac{2y}{x} \geq 4$

يفترض معرفة بعض المتفاوتات الهامة من بينها: $a^2+b^2 \geq 2ab$ و $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ و $(a+b)^2 \geq 4ab$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 3 :



لدينا : $S(ABD)=\frac{1}{2}AB\times AD\times\sin(B\hat{A}D)$

و $S(AA'D')=\frac{1}{2}AD'\times AA'\times\sin(D'\hat{A}A')=\frac{1}{2}AD\times 2\,AB\times\sin(\pi-B\hat{A}D)=AD\times AB\times\sin(B\hat{A}D)$

إذن : $S(ABD)=\frac{1}{2}S(AA'D')$ ، و بنفس الطريقة نبين أن : $S(DBC)=\frac{1}{2}S(CC'B')$

و أيضا : $S(ABC)=\frac{1}{2}S(BB'A')$ و $S(ADC)=\frac{1}{2}S(DD'C')$

منه: $S(ABD)+S(DBC)=\frac{1}{2}S(AA'D')+\frac{1}{2}S(CC'B')$ أي : $S(ABCD)=\frac{1}{2}S(AA'D')+\frac{1}{2}S(CC'B')$

و أيضا: $S(ABC)+S(ADC)=\frac{1}{2}S(BB'A')+\frac{1}{2}S(DD'C')$ أي : $S(ABCD)=\frac{1}{2}S(BB'A')+\frac{1}{2}S(DD'C')$

بجمع المتساويتين الأخيرتين نجد: $2\,S(ABCD)=\frac{1}{2}S(AA'D')+\frac{1}{2}S(CC'B')+\frac{1}{2}S(BB'A')+\frac{1}{2}S(DD'C')$

أي : $2\,S(ABCD)=\frac{1}{2}\left(S(AA'D')+S(CC'B')+S(BB'A')+S(DD'C')\right)$

أي : $4\;S(ABCD)=S(AA'D')+S(CC'B')+S(BB'A')+S(DD'C')$

أي : $4\;S(ABCD)=S(A'B'C'D')-S(ABCD)$ ، بالتالي : $\boxed{5\;S(ABCD)=S(A'B'C'D')}$

تمرين صعب و يتطلب إلماما كبيرا بمساحة مثلث باستعمال صيغة جيب زاوية و كذا بعض خاصيات النسب المثلثية

الحلول المقترحة هي حلول شخصية و ليست حلولا رسمية

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma