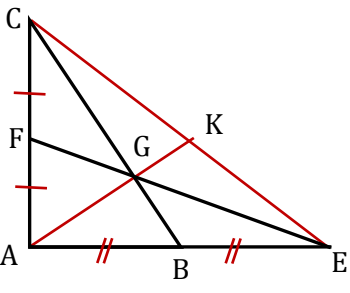


سلسلة 2	أولمبياد الرياضيات حلول مقترحة	الجذع المشترك العلمي و التكنولوجيا
التمارين من اقتراح أذ سمير لخريسي		
تمرين 1 : لدينا $n \in \mathbb{N}^*$ إذن : $n^2 < n^2 + n < n^2 + 2n + 1$ منه : $\sqrt{n^2} < \sqrt{n^2 + n} < \sqrt{n^2 + 2n + 1}$ منه : $n < \sqrt{n^2 + n} < n + 1$ إذن $\sqrt{n^2 + n} \notin \mathbb{N}$ مما يعني أن $\sqrt{n^2 + n}$ محصور بين عددين صحيحين متتابعين ،		
تمرين 2 : لدينا : $2^n = 3^m - 728$ منه : $3^m - 2^n = 728$ من جهة أخرى لدينا 3 عدد فردي إذن 3^n عدد فردي و بما أن 728 عدد زوجي فإن : $3^m - 728$ عدد فردي إذن 2^n عدد فردي ، و هذا لا يمكن أن يتحقق إلا إذا كان $n = 0$ (لأن $2^0 = 1$) ، بينما $2^p = \underbrace{2 \times \dots \times 2}_p$ زوجي حيث p عدد صحيح طبيعي غير منعدم إذن : $1 = 3^m - 728$ منه : $3^m = 728 + 1 = 729$ و بعد تفكيك 729 إلى جذاء أعداد أولية نجد : $729 = 3^6$ بالتالي : $n = 0$ و $m = 6$		
تمرين 3 : لنبين أن : $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2015}} > \sqrt{2015}$ لدينا : $\sqrt{1} < \sqrt{2015}$ منه : $\frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{\sqrt{2015}}$ وأيضا : $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{2015}}$ و $\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{2015}}$ و $\dots$ و $\frac{1}{\sqrt{2014}} > \frac{1}{\sqrt{2015}}$ بجمع هذه المتفاوتات نجد : $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014}} > \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2015}} + \frac{1}{\sqrt{2015}} + \frac{1}{\sqrt{2015}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2015}}}_{2014 \text{ fois}}$ منه : $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014}} + \frac{1}{\sqrt{2015}} > \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2015}} + \frac{1}{\sqrt{2015}} + \frac{1}{\sqrt{2015}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2015}} + \frac{1}{\sqrt{2015}}}_{2015 \text{ fois}}$ منه : $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014}} + \frac{1}{\sqrt{2015}} > \frac{1}{\sqrt{2015}} \times 2015$ منه : $\frac{2015}{\sqrt{2015}} = \sqrt{2015}$ و بما أن : $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014}} + \frac{1}{\sqrt{2015}} > \frac{2015}{\sqrt{2015}}$ فإن : $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014}} + \frac{1}{\sqrt{2015}} > \sqrt{2015}$		
تمرين 4 : مثلث قائم الزاوية في A ، $AB = 2$ ، $AC = 3$ ، E ممائلة A بالنسبة لـ B ، F منتصف [AC] ، المثلث AEC ، إذن نقطة تقاطعهما G هي مركز ثقل هذا المثلث ، إذن و باعتبار K منتصف [EC] فإن : $AG = \frac{2}{3} AK$ من جهة أخرى في المثلث AEC القائم الزاوية A K منتصف الوتر [EC] إذن : $KA = KE = KG = \frac{CE}{2}$ و باستعمال مبرهنة فيثاغورس المباشرة في هذا المثلث نجد : $CE^2 = AC^2 + AE^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ منه : $CE = 5$ ، بالتالي :		
		
$AG = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{3}$ بالتالي :		

تمرين 5 : $ABCD$ مربع و (ζ) دائرة لهما نفس المساحة، لنقارن محيط المربع مع محيط الدائرة
ليكن a طول ضلع المربع $ABCD$ و R شعاع الدائرة (ζ)
إذن لدينا حسب المعطيات : $a^2 = \pi R^2$ منه : $a = \sqrt{\pi} R$

الآن محيط المربع هو $p_1 = 4a$ و محيط الدائرة هو : $p_2 = 2\pi R$

$$\text{لدينا : } \frac{p_1}{p_2} = \frac{4a}{2\pi R} = \frac{4\sqrt{\pi} R}{2\pi R} = \frac{2\sqrt{\pi}}{\pi} = \sqrt{\frac{4\pi}{\pi^2}} = \sqrt{\frac{4}{\pi}}$$

بما أن : $4 > \pi$ فإن : $\frac{4}{\pi} > 1$ منه : $\sqrt{\frac{4}{\pi}} > 1$ منه : $\frac{p_1}{p_2} > 1$ بالتالي : $p_1 > p_2$ أي محيط المربع هو الأكبر.