

Matière :  
Physique Chimie

Niveau :  
Tronc Commun

## ÉQUILIBRE D'UN SOLIDE EN ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE



### I) Moment d'une force:

#### 1) ÉTUDE EXPÉRIMENTALE :

##### a) Montages expérimentaux

###### Montage n°1 :

A l'aide du dynamomètre, On mesure le poids de la barre.

$$P_1 = \dots 0,3 \text{ N ou } 0,4 \text{ N } \dots$$

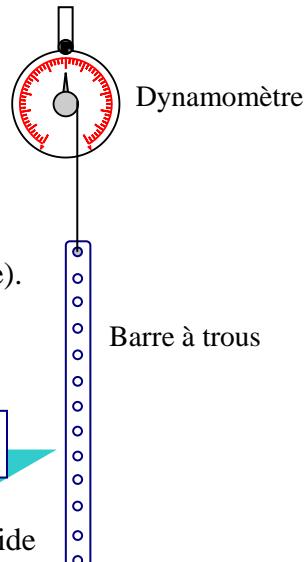
###### Montage n°2 :

Réaliser le montage ci-contre , Le système doit être en équilibre (immobile).

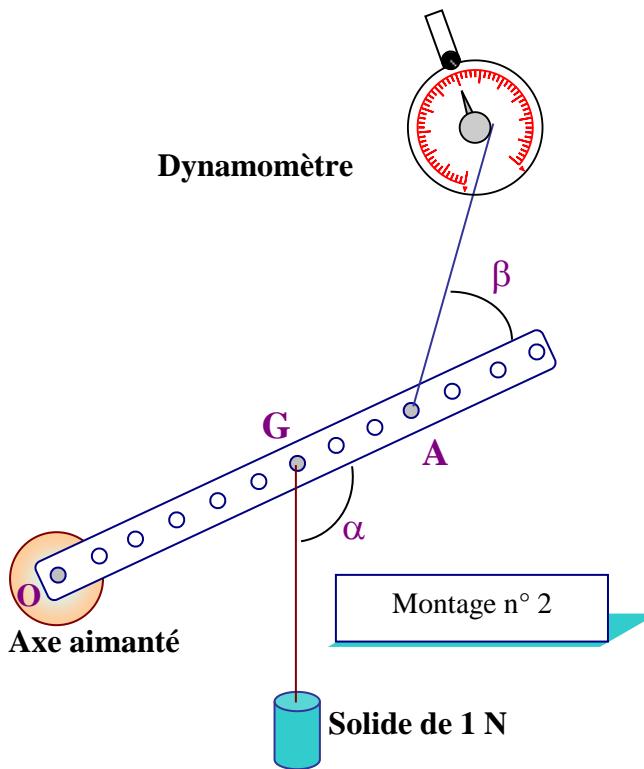
- Noter les valeurs des distances  
OG = ..... et OA = .....
- À l'aide d'un rapporteur, noter les valeurs des angles :

$$\alpha = \dots \text{ et } \beta = \dots$$

Montage n° 1



- Déterminer la valeur P du poids du système :  
On note  $P_1$  la valeur du poids de la barre et  $P_2$  celle du poids du solide  
 $P = P_1 + P_2 \quad P = 1,3 \text{ N ou } 1,4 \text{ N} \dots$
- Noter la valeur F de la force exercée par le dynamomètre :  $F = \dots \text{ N}$



## b) Bilan des forces

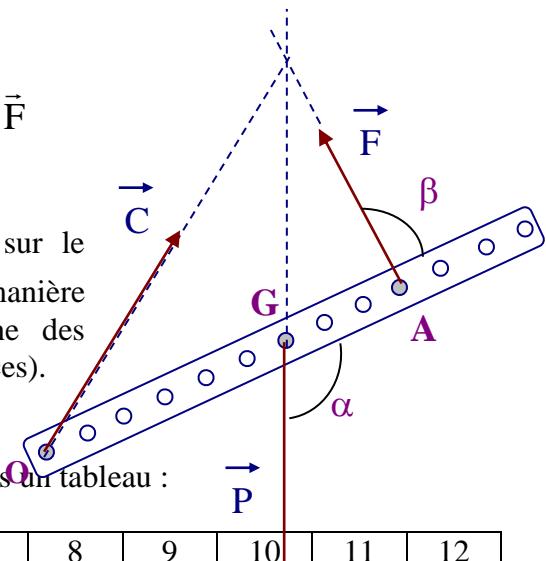
- Action de la terre sur le système {Barre ; Solide} :  $\vec{P}$
- Action du dynamomètre {D} sur le système {Barre ; Solide} :  $\vec{F}$
- Action de l'axe de rotation sur le système {Barre ; Solide} :  $\vec{C}$

Représentons de manière qualitative, les forces qui agissent sur le système {Barre ; Solide}. La direction de  $\vec{C}$  est obtenue de telle manière que les directions des trois forces soient concourantes (une des conditions d'équilibre d'un solide en translation soumis à trois forces).

## c) Mesures expérimentales

Chaque binôme ayant noté ses mesures regroupons les valeurs dans un tableau :

Binôme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
OG (cm)	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	18	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
P (N)	1,3	1,4	1,3	1,3	1,4	1,2	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4
$\alpha$ ( $^{\circ}$ )	120	102	115	112	116	80	99	90	90	105	120	65
OA (cm)	35	27,5	30	30	27,5	36	22,5	22,5	35	35	32,5	25
F (N)	0,8	0,9	0,8	1,1	0,9	0,7	1,1	1,3	1	0,8	0,7	1
$\beta$ ( $^{\circ}$ )	140	78	120	40	65	120	82	58	45	125	62	115



## d) Interprétation des mesures

L'objectif est de déterminer une quantité qui reste constante dans chaque cas.

Les élèves font plusieurs tentatives afin de trouver une relation entre OG; P;  $\alpha$ ; OA ; F et  $\beta$ . Deux binômes (7 et 5) qui ont travaillé sur leurs propres mesures, on fait remarquer que les produits OG  $\times$  P et OA  $\times$  F sont égaux.

Comparons les produits OG  $\times$  P et OA  $\times$  F dans chaque cas et déterminons l'écart  $\Delta$  entre ces deux valeurs :

Binôme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
OG $\times$ P	22,75	24,50	22,75	22,75	24,50	21,60	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50
OA $\times$ F	28,00	24,75	24,00	33	24,75	25,20	24,75	29,25	35	28	22,75	25,00
$\Delta$	5,25	0,25	1,25	10,25	0,25	3,60	0,25	4,75	10,50	3,50	1,75	0,50

On constate que le produit est constant ( $\Delta$  faible) dans certains cas (2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 et 12) ; alors que pour d'autre il avoisine les 45 % de la mesure. **Donc, on ne peut admettre cela comme une loi.** Représentons les forces dans le cas 7 cité ci-dessus :

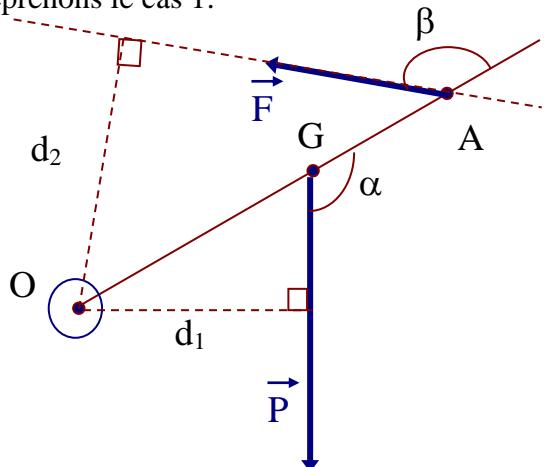
**Donc la relation :**

$$F \times OA = P \times OG$$

N'est valable que dans les cas particuliers où  $\vec{F} \parallel \vec{P}$  ; mais dans les autres cas :

$$F \times OA \neq P \times OG$$

Reprendons le cas 1:



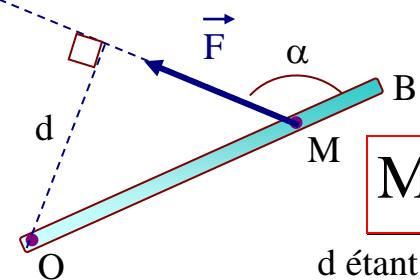
représentons les forces qui sont capables de faire tourner la barre OA autour de l'axe de rotation O, c'est à dire  $\vec{F}$  et  $\vec{P}$ . On voit, intuitivement, que  $\vec{C}$  n'intervient pas dans la rotation de la barre ; on verra pourquoi par la suite.

Représentons la projection orthogonale  $d_2$  et  $d_1$  de l'axe O sur les directions des forces  $\vec{F}$  et  $\vec{P}$  respectivement. En utilisant la trigonométrie dans un triangle rectangle, on obtient :

## 2) DEFINITION :

À partir des mesures expérimentales précédentes, on peut définir une grandeur physique, qui reste invariante dans certaines conditions.

Soit une tige OB mobile autour de l'axe O, soumise à une force  $\vec{F}$  au point M. Le moment de la force  $\vec{F}$  par rapport à O, noté  $M_{\vec{F}/O}$  s'écrit :



$$M_{\vec{F}/O} = \pm F \times OM \sin(\alpha) \quad \text{ou} \quad M_{\vec{F}/O} = \pm F \times d$$

d étant la plus courte distance entre de O par rapport à la direction de  $\vec{F}$   
Unité du moment d'une force : le newton.mètre (N.m)

**Le moment d'une force par rapport à un axe, peut être définie comme la capacité d'une force à faire tourner le solide autour de l'axe, dans un sens ou dans l'autre, plus ou moins vite.**

## II) THÉORÈME DES MOMENTS

Soit un solide assujetti à tourner autour d'un axe  $\Delta$ , passant par O.

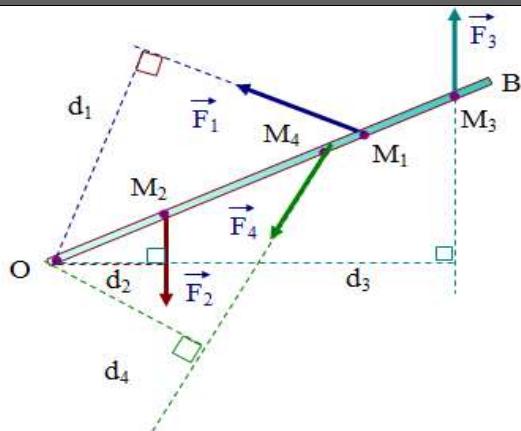
Le solide est en équilibre autour de O, si la somme des moments des forces qui le font tourner dans un sens est égale à la somme des moments des forces qui le font tourner dans l'autre sens.

$$\sum M(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0$$

Dans l'exemple considéré (voir figure), on considère que la barre est soumise à cinq forces ; en comptant l'action de l'axe de rotation sur la barre.

$$M_{F_1/O} + M_{F_3/O} = M_{F_2/O} + M_{F_4/O} \Rightarrow F_1d_1 + F_3d_3 = F_2d_2 + F_4d_4$$

Sinon on choisit un sens positif de rotation, et le théorème des moments devient :



Le solide en rotation autour d'un axe est en équilibre si la somme algébrique des moments des forces est nulle.

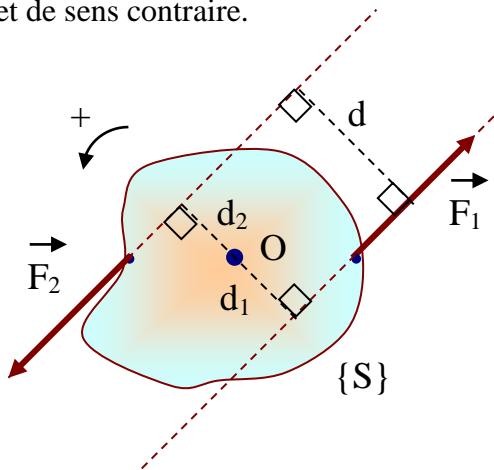
$$M_{F_1/O} + M_{F_3/O} - M_{F_2/O} - M_{F_4/O} = 0$$

$$\sum M(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0$$

### III) COUPLE DE FORCES

Soit un solide  $\{S\}$  mobile autour d'un axe  $O$ , soumis à un couple de forces  $(\vec{F}_1; \vec{F}_2)$

Un couple de forces est constitué de deux forces de directions parallèles (distantes de  $d$ ), de même valeur  $F$  et de sens contraire.



Cas 1 : (voir figure ci-contre)

Déterminons le moment total  $M_{T/O}$ , choisissons un sens de rotation positif.

$$M_{F_1/O} = +F_1 \cdot d_1 \quad \text{et} \quad M_{F_2/O} = +F_2 \cdot d_2$$

$$M_{T/O} = M_{F_1/O} + M_{F_2/O} = F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2$$

$$\text{or } F_1 = F_2 \text{ donc on peut écrire : } M_{T/O} = F \cdot (d_1 + d_2)$$

$$\text{de plus } d_1 + d_2 = d \quad ; \quad \text{donc} \quad \boxed{M_{T/O} = F \times d}$$

Cas 2 : les deux forces sont situées du même côté de l'axe de rotation (voir figure ci-contre).

Déterminons le moment total  $M_{T/O}$

$$M_{F_1/O} = +F_1 \cdot d_1 \quad \text{et} \quad M_{F_2/O} = -F_2 \cdot d_2$$

$$\text{donc } M_{T/O} = F_1 \cdot d_1 - F_2 \cdot d_2 \quad \text{or } F_1 = F_2 \text{ donc}$$

$$M_{T/O} = F \cdot (d_1 - d_2), \text{ de plus } d_1 - d_2 = d$$

$$\text{en conclusion : } \boxed{M_{T/O} = F \times d}$$

