Exercices Gravitation universelle

Exercice 1 :

Étudier le mouvement d'un satellite

La station orbitale I.S.S. tourne autour de la Terre sur une orbite circulaire à une altitude de 274 km.

1. la station n'est soumise qu'à une seule force. Qui exerce cette force sur la station orbitale ?
2. Quel est le rayon de l'orbite de la station ?

Donnée : Rayon de la Terre : R = 6380 km

1. Rayon de l'orbite de la station et vitesse de la station :

- Rayon de l'orbite :
- $\mathbf{R} = \mathbf{R_T} + \mathbf{h}$
- $\mathbf{R} = 6380 + 274$
- $\mathbf{R} \approx 6,65 \times 10^{3}$ km

Exercice 2 :

Calculer une force de gravitation

Le satellite Phobos de la planète Mars décrit une trajectoire circulaire dont le centre est confondu avec le centre de Mars. Le rayon de cette trajectoire a pour valeur **R** = 9378 km. On considérera que Phobos et Mars ont des masses régulièrement réparties autour de leur centre.

1. Exprimer littéralement la valeur $\mathbf{F_{M/P}}$ de la force exercée par Mars sur le satellite Phobos.
2. Calculer la valeur de cette force.
3. Déterminer la valeur de la force $\mathbf{F_{P/M}}$ exercée par Phobos sur la planète Mars.

Données :

- Masse de la planète Mars : $\mathbf{m_M} = 6,42 \times 10^{23}$ kg
- Masse du satellite Photos : $\mathbf{m_P} = 9,6 \times 10^{15}$ kg
- Constante de gravitation Universelle : $\mathbf{G} = 6,67 \times 10^{-11}$ S.I

1. Expression littérale de $\mathbf{F}_{M/P}$:

- $$F_{M/P} = G \cdot \frac{m_M \cdot m_P}{R^2}$$

2. Valeur de la force $\mathbf{F}_{P/M}$:

$$F_{M/P} = G \cdot \frac{m_M \cdot m_P}{R^2}$$

$$F_{M/P} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{6,42 \times 10^{23} \times 9,6 \times 10^{15}}{\left(9378 \times 10^{3}\right)^{2}}$$

- $$F_{M/P} \approx 4,7 \times 10^{15}\ \text{N}$$

3. Valeur de la force $\mathbf{F}_{P/M}$: De la loi de la gravitation Universelle, on déduit

- $$F_{M/P} = G \cdot \frac{m_M \cdot m_P}{R^2} = F_{P/M} \approx 4,7 \times 10^{15}\ \text{N}$$

Exercice 3 :

Comparer poids et force de gravitation

On suppose que la Terre a une masse régulièrement répartie autour de son centre

Son rayon est **R** = 6,38 x 10^{3} km, sa masse est **M** = 5,98 x 10^{24} kg et la constante de gravitation Universelle est **G** = 6,67 x 10^{-11} S.I.

1. Déterminer la valeur de la force de gravitation exercée par la Terre sur un ballon de masse **m** = 0,60 kg posé sur le sol.
2. Déterminer le poids du même ballon placé dans un lieu où l'intensité de la pesanteur vaut : **g** = 9,8 N / kg.
3. Comparer les valeurs des deux forces et conclure.

1. Force exercée par la Terre sur le ballon :

- La loi de la gravitation Universelle donne :

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$$

$$F_{M/P} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{5,98 \times 10^{24} \times 0,60}{\left(6,38 \times 10^3 \times 10^3\right)^2}$$

- $F_{M/P} \approx 5,9\ N$

2. Poids du ballon :

- **P = m . g**
- **P** ≈ 0,60 x 9,8
- **P** ≈ 5,8 N

3. Comparaison : **P ≈ F.**

Exercice 4

Comparer la force de gravitation à d'autres forces

Deux boules de pétanque, de masse **m** = 650 g, sont posées sur le sol l'une à côté de l'autre. Leurs centre sont distants de **d** = 20 cm.

1. Calculer la valeur du poids **P** d'une boule.
2. Quelle est la valeur de la force **F** de gravitation exercée par une boule sur l'autre ?
3. Pourquoi, lorsqu'on étudie l'équilibre de l'une des boules, ne tient-on pas compte de la force de gravitation exercée par l'autre boule ?

Donnée : Constante de gravitation Universelle est **G** = 6,67 x 10^{-11} S.I.

L'intensité de la pesanteur vaut : **g** = 9,8 N / kg.

1. Valeur du poids **P** de la boule :

- **P = m . g**
- **P** ≈ 0,650 x 9,8
- **P** ≈ 6,4 N

2. Valeur de la force F de gravitation :

- $$F = G \cdot \frac{m \cdot m}{d^2}$$
  $$F_{M/P} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{0{,}650 \times 0{,}650}{\left(20 \times 10^{-2}\right)^2}$$
  $$F_{M/P} \approx 7{,}0 \times 10^{-10} \text{ N}$$

3. La valeur de la force de gravitation exercée entre les boules est négligeable devant la valeur du poids des boules : **P >> F**.

- $$\frac{P}{F} = \frac{6{,}4}{7{,}0 \times 10^{-10}} \approx 9{,}1 \times 10^{9}$$

Exercice 5 :

Déterminer des forces sur la Lune

La Lune est assimilable à un solide dont la masse est régulièrement répartie autour de son centre.

1. Écrire l'expression de la force de gravitation exercée par la Lune de masse $\mathbf{m_L}$ sur un objet de masse **m**, situé à la distance **d** du centre de la Lune.
2. En déduire l'expression littérale de l'intensité de la pesanteur $\mathbf{g_{0L}}$ à la surface de la Lune.
3. Des astronautes (Apollo XVII) ont rapporté $\mathbf{m_r}$ = 117 kg de roches. Déterminer le poids de ces roches :

a. À la surface de la Lune ;

b. Dans la capsule en orbite autour de la Lune , à l'altitude **h** = 100 km.

Données : $\mathbf{m_L} = 7{,}34 \times 10^{22}$ kg ; $\mathbf{R_L} = 1{,}74 \times 10^{3}$ km ; $\mathbf{G} = 6{,}67 \times 10^{-11}$ S.I.

1. Expression de la force de gravitation exercée par la Lune sur un objet :

- $$F = G \cdot \frac{m_L \cdot m}{R_L^2}$$

2. Expression littérale de l'intensité de la pesanteur à la surface de la Lune :

- On utilise le fait que le poids d'un objet sur la Lune est dû essentiellement à la force de gravitation exercée par la Lune sur l'objet. On écrit : **P ≈ F**

$$F = G \cdot \frac{m_L \cdot m}{R_L^2} \approx P = m \cdot g_{OL}$$

- $$g_{OL} \approx G \cdot \frac{m_L}{R_L^2}$$

3. Poids des roches :

a. Poids au niveau du sol :

$$P = m \cdot g_{OL}$$

$$P \approx m \cdot G \cdot \frac{m_L}{R_L^2}$$

$$P \approx 117 \times 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{7,34 \times 10^{22}}{\left(1,74 \times 10^{6}\right)^2}$$

- $$P \approx 189\ \mathrm{N}$$

b. Poids dans la capsule spatiale :

$$P_h = m \cdot g_{hL}$$

$$P \approx m \cdot G \cdot \frac{m_L}{\left(R_L + h\right)^2}$$

$$P \approx 117 \times 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{7,34 \times 10^{22}}{\left(1,74 \times 10^{6} + 100 \times 10^{3}\right)^2}$$

- $$P \approx 169\ \mathrm{N}$$

Exercice 6

a)- Exprimer et calculer les valeurs des forces d'interaction gravitationnelle **F** et **F'** exercées l'une sur l'autre par deux balles de tennis de masse **m** lorsque ces deux balles sont séparées par une distance d'un mètre. On prendra **m** = 58 g.

b)- Représenter ces forces F et F′ sur un schéma :

c)- Refaire le calcul de la question a)- lorsque la distance a diminué de moitié.

d)- Comparer la force exercée par une balle sur l'autre, à la force exercée par la Terre sur cette balle et conclure.

a)- Expression et calcul des valeurs des forces d'interaction gravitationnelle **F** et **F′** .

- Expression littérale :

$$\mathbf{F = F'} = G \frac{\mathbf{m \cdot m'}}{\mathbf{r^2}}$$

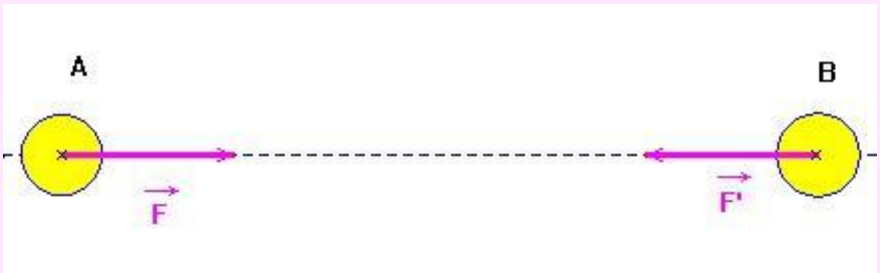
- Valeur :

$$\mathbf{F = F'} = G \frac{\mathbf{m \cdot m'}}{\mathbf{r^2}} \quad Þ \quad \mathbf{F = F' =} \ 6{,}67 \times 10^{-11} \ \frac{(58 \times 10^{-3})^2}{1{,}0^{2}}$$

$\mathbf{F = F'} \approx 2{,}24 \times 10^{-13}$ **N**

b)- Schéma :

- Échelle : $1{,}0 \times 10^{-13}$ N ↔ 1 cm



c)- Calcul lorsque la distance a diminué de moitié.

- Valeur :

$$\mathbf{F = F'} = G \frac{\mathbf{m \cdot m'}}{\mathbf{r^2}} \quad Þ \quad \mathbf{F = F' =} \ 6{,}67 \times 10^{-11} \ \frac{(58 \times 10^{-3})^2}{0{,}5^{2}}$$

$\mathbf{F = F'} \approx 8{,}97 \times 10^{-13}$ **N** d)- Comparaison de la force exercée par une balle sur l'autre, à la force exercée par la Terre sur cette balle :

- Force exercée par la Terre sur une balle :
- $\mathbf{P = m \cdot g}$ Þ $\mathbf{P} = 58 \times 10^{-3} \times 9{,}81$ Þ $\mathbf{P} \approx 0{,}57$ N
- Conclusion :
- **P >> F** : La force d'interaction gravitationnelle est négligeable devant la force de pesanteur.

Exercice 7 :

Lors de la mission Apollo, les astronautes étaient équipés, pour leur sortie sur la Lune, d'une combinaison spatiale de masse **m** = 60,0 kg.

a)- Calculer le poids $\mathbf{P_T\ (m)}$ de cet équipement sur Terre, puis le poids $\mathbf{P_L\ (m)}$ sur la Lune.

b)- Quelle est la masse **m'** d'un objet dont le poids $\mathbf{P_T\ (m')}$ sur Terre est égal au poids de la combinaison spatiale sur la Lune ?

c)- La combinaison spatiale peut-elle être portée plus commodément sur la Terre ? Sur la Lune ? Justifier la réponse.

a)- Poids $\mathbf{P_T\ (m)}$ de cet équipement sur Terre, puis le poids $\mathbf{P_L\ (m)}$ sur la Lune.

- Poids de l'équipement sur Terre :
- $\mathbf{P_T\ (m) = m \cdot g_T}$ Þ $\mathbf{P_T\ (m)} = 60{,}0 \times 9{,}81$ Þ $\mathbf{P_T\ (m)} \approx 589$ N
- Poids de l'équipement sur la Lune :
- $\mathbf{P_L\ (m) = m \cdot g_L}$ Þ $\mathbf{P_L\ (m)} = 60{,}0 \times 1{,}60$ Þ $\mathbf{P_T\ (m)} \approx 96$ N

b)- Masse **m'** d'un objet dont le poids $\mathbf{P_T\ (m')}$ sur Terre est égal au poids de la combinaison spatiale sur la Lune ?

- Valeur de la masse **m'** :

$$\mathbf{P_T\ (m') = m' \cdot g_T} \quad Þ \quad \mathbf{m'} = \frac{\mathbf{P_T\ (m')}}{\mathbf{g_T}} \quad Þ \quad \mathbf{m'} = \frac{\mathbf{96}}{\mathbf{9{,}81}} \quad Þ \quad \mathbf{m'} \approx 9{,}8 \text{ kg}$$

c)- La combinaison spatiale :

- La combinaison est portée plus commodément sur la Lune que sur la Terre.
- Cela revient à porter une combinaison de 10 kg environ lorsque l'on est sur la Lune :

a)- Poids P_T **(m)** de cet équipement sur Terre, puis le poids P_L **(m)** sur la Lune.

- Poids de l'équipement sur Terre :
- $P_T(m) = m \cdot g_T$ Þ $P_T(m) = 60{,}0 \times 9{,}81$ Þ $P_T(m) \approx 589$ N
- Poids de l'équipement sur la Lune :
- $P_L(m) = m \cdot g_L$ Þ $P_L(m) = 60{,}0 \times 1{,}60$ Þ $P_T(m) \approx 96$ N

b)- Masse **m'** d'un objet dont le poids P_T **(m')** sur Terre est égal au poids de la combinaison spatiale sur la Lune ?

- Valeur de la masse **m'** :

$$P_T(m') = m' \cdot g_T \quad Þ \quad m' = \frac{P_T(m')}{g_T} \quad Þ \quad m' = \frac{96}{9{,}81} \quad Þ \quad m' \approx 9{,}8 \text{ kg}$$

c)- La combinaison spatiale :

- La combinaison est portée plus commodément sur la Lune que sur la Terre.
- C'est environ 6 fois plus léger sur la Lune que sur la Terre.

EXERCICE 8 :

En mars 1979, la sonde Voyager 1 (de masse m) s'approche de Jupiter…que l'on assimile à une sphère de rayon R_J et de masse M_J répartie sphériquement.

Aux altitudes $h_1 = 2{,}78.10^5$ km et $h_2 = 6{,}50\ .10^5$ km, la sonde mesure $g_J(h_1) = 1{,}04\ N.Kg^{-1}$ et $g_J(h_2) = 0{,}24 N.Kg^{-1}$, en déduire la masse de Jupiter.

Solution :
1. $h_1 = 2{,}78*10^5$ km $= 2{,}78*10^8$ **m** ; $h_2 = 6{,}50*10^5$ km $= h_2 = 6{,}50*10^8$ **m**
2… 9. On sait que $G_J(h) = (G*M_J) / r^2$ **;** or (traduction Markus ?) : $r = R_J + h_1$; d'où $G_J(h_1) = (G*M_J) / (R_J + h_1)^2$ et $G_J(h_2) = (G*M_J) / (R_J + h_2)^2$

Ces 2 équations donnent :

$R_J + h_1 = \sqrt{(G^*M_J / G_J(h_1))}$ et $R_J + h_2 = \sqrt{(G^*M_J / G_J(h_2))}$; En éliminant R_J (en faisant la différence par exemple), on trouve : $h_2 - h_1 = \sqrt{(G^*M_J)} * ((1/\sqrt{G_J(h_2)}) - 1/\sqrt{G_J(h_2)})$ d'où on sort

$\underbrace{\mathbf{M_J = 1/G * [(h_2 - h_1) / ((1/\sqrt{G_J(h_2)}) - 1/\sqrt{G_J(h_1)})]^2}}_{\boxed{\text{Formule Littérale Générale (FLG)}}}$ $= 1,844 *10^{27}$ kg $\approx \boxed{1,84 *10^{27} \text{ kg}}$ (3 Chiffres significatifs C.S)

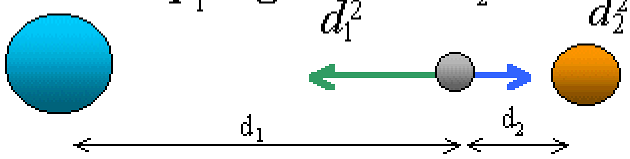
EXERCICE 9 :

Ganymède, un satellite de Jupiter a une trajectoire circulaire de rayon $1,07\ 10^6$ km centrée sur le centre de Jupiter. La sonde Voyager I est passée en 1979 entre Jupiter et ce satellite à $1,15\ 10^5$ km de Ganymède.

Calculer le rapport des forces d'interaction gravitationnelle exercées sur la sonde par Jupiter et Ganymède.

masse Ganymède : $1,49\ 10^{23}$ kg ; masse Jupiter : $1,9\ 10^{27}$ kg.

$$F_1 = G\frac{mM_J}{d_1^2} \qquad F_2 = G\frac{mM_G}{d_2^2}$$



rapport des deux forces F_1 / F_2 :

$$\frac{M_J}{M_G}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

rapport des masses : $1,9\ 10^{27} / 1,49\ 10^{23} = 1,27\ 10^4$.

$D_1 = 1,07\ 10^6 - 1,15\ 10^5 = 9,55\ 10^8$ m

$d_2 = 1,15\ 10^8$ m

rapport des distances : $1,15\ 10^8 / 9,55\ 10^8 = 0,12$

rapport des forces : $1,27\ 10^4 * 0,12^2 =$ **184**.

EXERCICE 10 :

1. La pesanteur à la surface d'un astre de masse M et de rayon R est donnée par la relation : $g= 6,67\ 10^{-11}\ M / R^2$ .Quelle est la valeur de la pesanteur à la surface de Io, l'un des satellites de Jupiter. $M_{Io} =8,933\ 10^{22}$ kg. $R_{Io} = 1,8\ 10^3$ km.
2. Quel est le poids d'un corps de masse 500 g à la surface de Io. Le comparer au poids à la surface de la Terre.

---

masse en kg et distance en mètre $R=1,8\ 10^6$ m

pesanteur à la surface de Io :

$6,67\ 10^{-11} *8,933\ 10^{22} / (1,8\ 10^6)^2$

$6,67*8,933\ 10^{11} /(1,8*1,8\ 10^{12})$

$6,67*8,933 / (1,8*1,8\ 10) =$ **1,84** N kg^{-1}.

environ 5,33 fois plus faible qu à la surface de la Terre.

---

poids à la surface de Io :

masse en kg : 0,5 kg

$0,5*1,84 =$ **0,92** N

poids à la surface de la Terre, 5,33 fois plus grand soit : **4,9** N

EXERCICE 11 :

On considère une navette spatiale, de masse 1800 kg, se trouvant entre la Terre et le Lune. On appelle d la distance du centre de la Terre à la navette et D la distance des centres de la Terre et de la Lune. $M_{terre} = 6\ 10^{21}$ tonnes. $M_{lune} = 1 / 83\ M_{terre}$. D=380 000 km.

1. Exprimer la force de gravitation exercée par la Terre sur la navette.
2. Exprimer la force de gravitation exercée par la Lune sur la navette.
3. A quelle distance d_0 de la Lune ces deux forces auront-elles la même valeur.
