



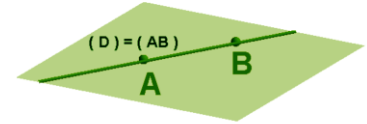
I. Les axiomes de l'espace :

L'espace usuel est noté $(\mathcal{E})$.

a. Les axiomes de l'espace :

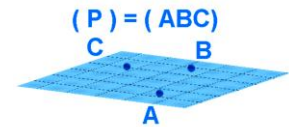
Axiome 1 :

Par deux points distincts A et B de l'espace $(\mathcal{E})$ passe une et une seule droite notée (AB)



Axiome 2

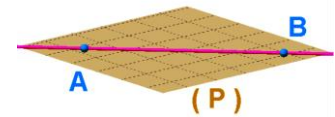
Par trois points non alignés de l'espace $(\mathcal{E})$ passe un plan et un seul noté (ABC) .



Axiome 3 :

SI A et B sont deux points distincts d'un plan (P) de l'espace $(\mathcal{E})$ alors la droite (AB) est incluse dans le plan (P) . (c.à.d. $(AB) \subset (P)$)

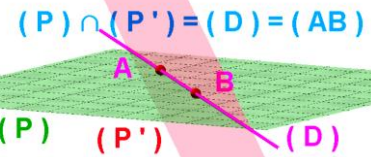
$$(D) = (AB) \subset (P)$$



Axiome 4 :

(P) et (P') deux plans distincts de l'espace $(\mathcal{E})$.

Si un point A est commun aux deux plans alors les deux plans se coupent suivant une droite passant par le point A.



b. Détermination d'un plan :

- Toutes les propriétés de la géométrie plane restent valables à chaque plan (P) de l'espace $(\mathcal{E})$.
- Un plan (P) est déterminé soit par :
 - Une droite (D) et un point qui n'appartienne pas à cette droite $(A \notin (D))$.
 - Trois points A et B et C non alignés de l'espace $(\mathcal{E})$.
 - Deux droites (D) et (D') sécantes de l'espace $(\mathcal{E})$.
 - Deux droites (D) et (D') strictement parallèles de l'espace $(\mathcal{E})$.

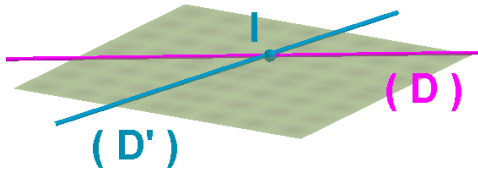
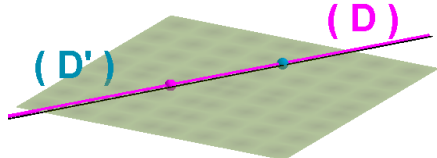
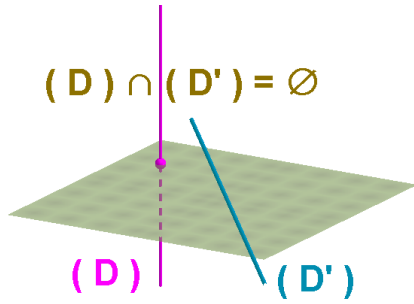
II. Positions relatives de deux droites de l'espace :

a. Activité :

Soient (D) et (D') deux droites de l'espace $(\mathcal{E})$.

- Déterminer les positions relatives de (D) et (D') .



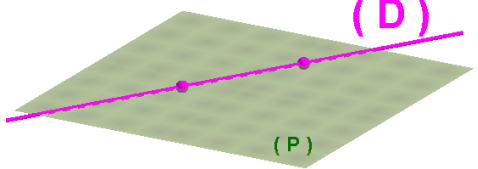
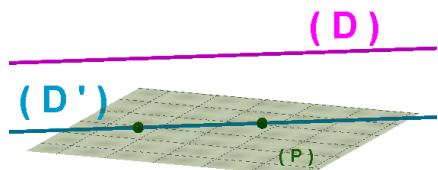
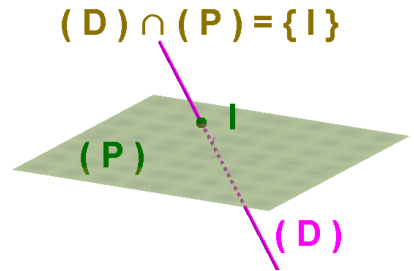
(D) et (D') sont sécantes au point I c.à.d. $(D') \cap (D) = \{I\}$	(D) et (D') sont parallèles On écrit : $(D') \parallel (D)$	(D) et (D') sont non coplanaires $(D') \cap (D) = \emptyset$
$(D) \cap (D') = \{I\}$ 	$(D) \cap (D') = (D) = (D')$ 	$(D) \cap (D') = \emptyset$ 
(D) et (D') Sont deux droites coplanaires	(D) et (D') sont deux droites coplanaires *1^{er} cas confondues 2^{ième} cas strictement parallèles	(D) et (D') sont deux droites non coplanaires

III. Positions relatives d'une droite et d'un plan de l'espace :

b. Activité :

Soient (D) une droite et (P) un plan de l'espace $(\mathcal{E})$.

1. Déterminer les positions relatives de (D) et (P).

(D) est incluse dans le plan (P) On écrit $(D) \subset (P)$	(D) et (P) sont strictement parallèles On écrit : $(D) \parallel (P)$	(D) coupe le plan (P) au point I
$(D) \cap (P) = (D)$ $(D) \subset (P)$ 	$(D) \cap (P) = \emptyset$ 	$(D) \cap (P) = \{I\}$ 
$(D) \cap (P) = (D)$	$(D) \cap (P) = \emptyset$	$(D) \cap (P) = \{I\}$

IV. Positions relatives de deux plans (P) et (P') de l'espace :

(P) et (P') sont confondus On note $(P) = (P')$	(P) et (P') sont strictement parallèles On note : $(P) \parallel (P')$	(P) et (P') sont sécants suivant une droite (D)
---	--	--



$(P) \cap (P') = (P)$ $(P) \cap (P') = (P)$	$(P) \cap (P') = \emptyset$ $(P) \cap (P') = \emptyset$	$(P) \cap (P') = (D)$ $(P) \cap (P') = (D)$
---	---	---

V. Parallélisme dans l'espace :

A. Deux droites (D) et (D') de l'espace sont parallèles :

a. Définition :

Deux droites (D) et (D') de l'espace sont parallèles si et seulement si :

- (D) et (D') sont **coplanaires** disjointes .
- Ou
- (D) et (D') sont confondues .

On note $(D) // (D')$.

b. Exemple :

(D) et (D') sont confondues $(D) \cap (D') = (D)$	(D) et (D') sont strictement parallèles $(D) \cap (D') = \emptyset$
$(D) \cap (D') = (D) = (D')$	$(D) \cap (D') = \emptyset$

c. Propriétés :

- D'un point O de l'espace passe une et une seule droite (Δ) parallèle a une droite (D) donnée de l'espace
- Soient (D) et (D') et (Δ) trois droites de l'espace $(\mathcal{E})$.
 - Si (D) et (D') sont parallèles et une droite (Δ) est parallèle à l'une des deux droites alors (Δ) est parallèle à l'autre droite . **ou encore** : Si $(D) // (D')$ et $(\Delta) // (D)$ alors $(\Delta) // (D')$.
 - Si une droite (Δ) est parallèle à chacune des droites (D) et (D') alors (D) et (D') sont parallèles .
ou encore : Si $(\Delta) // (D)$ et $(\Delta) // (D')$ alors $(D) // (D')$.

d. Exemple :

Propriété n° 1	Propriété n° 2
$(D) \parallel (D')$ et $(D') \subset (P)$ alors $(D) \parallel (P)$	$(D) \parallel (D')$ et $(D') \subset (P)$ alors $(D) \parallel (P)$

B. Parallélisme d'une droite et un plan :

a. Définition :

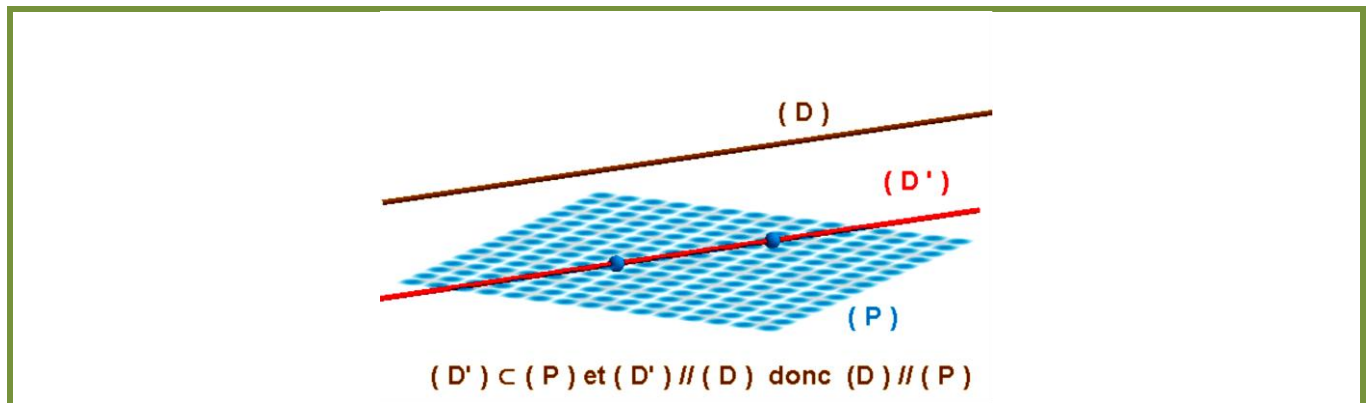
Une droite (D) est parallèle à un plan (P) si et seulement si :

- La droite (D) est incluse dans le plan (P) (c.à.d. $(D) \subset (P)$).
- ou
- (D) et (P) sont disjoints (c.à.d. $(D) \cap (P) = \emptyset$).

1 ^{er} cas	2 ^{ème} cas
$(D) \subset (P)$ donc $(D) \parallel (P)$	$(D) \cap (P) = \emptyset$ donc $(D) \parallel (P)$

b. Propriété :

Une droite (D) est parallèle à un plan (P) si et seulement si : il existe une droite (D') incluse dans le plan (P) tel que (D) et (D') sont parallèles .



C. Parallélisme de deux plans :

a. Définition :

Deux plans (P) et (P') sont parallèles si et seulement si :

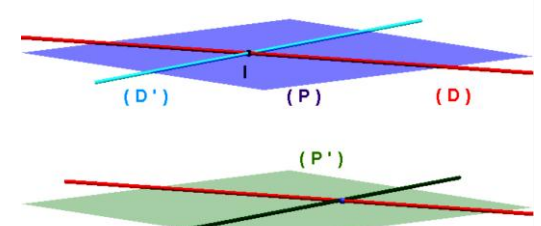
- (P) et (P') sont confondus (c.à.d. $(P) = (P')$).
- ou
- (P) et (P') sont disjoints (c.à.d. $(P) \cap (P') = \emptyset$).

b. Exemple :

1 ^{er} cas	2 ^{ème} cas
$(P) \cap (D) = (P)$ donc $(P) // (P')$ 	 $(P) \cap (P') = (P)$ donc $(P) // (P')$

c. Propriétés :

- D'un point O de l'espace passe un et un seul plan (P') parallèle a un plan (P) donné de l'espace
- Si deux plans (P) et (P') sont parallèles , tout plan (Q) parallèle à l'un des deux plans alors le plan (Q) est parallèle à l'autre plan . ou encore : $((P) // (P') \text{ et } (Q) // (P))$ alors $(Q) // (P')$.
- Si un plan (Q) est parallèle à chacun des plans (P) et (P') alors les deux plans (P) et (P') sont parallèles .
ou encore : $((Q) // (P) \text{ et } (Q) // (P'))$ alors $(P) // (P')$
- deux plans (P) et (P') sont parallèles si et seulement si l'un d'eux contient deux droites sécantes (D) et (D') parallèles au deuxième plan . ou encore :
 $(P) // (P')$ équivaut à $((D) \cap (D') = \{I\} \text{ et } (D) \subset (P) \text{ et } (D') \subset (P') \text{ et } (D) // (P') \text{ et } (D') // (P))$

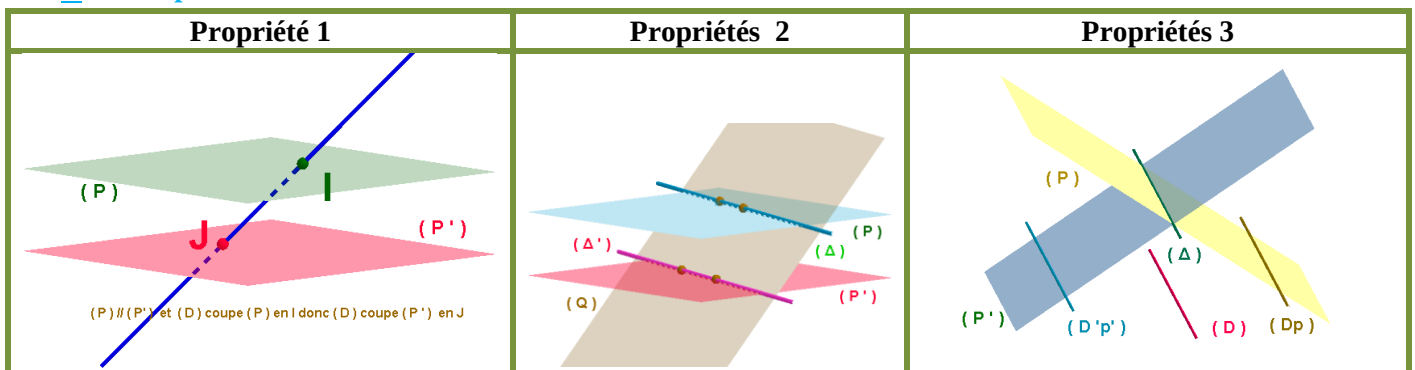
Propriétés 1 et 2	Propriété 3
	



d. Propriétés :

1. Deux plans (P) et (P') sont parallèles , toute droite (D) coupe l'un des deux plans alors la droite (D) coupe l'autre plan .
ou encore : $((P) // (P') \text{ et } (D) \cap (P) = \{I\})$ alors $(D) \cap (P') = \{J\}$.*
2. Deux plans (P) et (P') sont parallèles , tout plan (Q) coupe l'un des deux plans suivant une droite (Δ) alors le plan (Q) coupe l'autre plan suivant une droite (Δ') et les droites sont parallèles .
ou encore : $((P) // (P') \text{ et } (Q) \cap (P) = (\Delta))$ alors $(Q) \cap (P') = (\Delta')$ et $(\Delta) // (\Delta')$.
3. Si une droite (D) est strictement parallèle à deux plans sécants (P) et (P') suivant une droite (Δ) alors les deux droites (D) et (Δ) sont parallèles .
Ou encore : si $((D) // (P) \text{ et } (D) // (P') \text{ et } (P) \cap (P') = (\Delta))$ alors $(D) // (\Delta)$.

e. exemple :



VI. Orthogonalité dans l'espace :

A. Orthogonalité de deux droites (D) et (D') dans l'espace $(\mathcal{E})$:

a. Définition :

(D) et (Δ) deux droites sont orthogonales si et seulement si
Deux droites (D') et (Δ') sont sécantes à un point A de l'espace tel que : $(D') // (D)$ et $(\Delta') // (\Delta)$.
on note : $(\Delta) \perp (D)$.

b. Propriétés :

- Si deux droites (D) et (D') sont orthogonales toute droite (Δ) parallèle à l'une de ces deux droites alors (Δ) est orthogonale à l'autre droite .
- Si deux droites (D) et (D') sont parallèles toute droite (Δ) est orthogonale à l'une des deux droites alors (Δ) est orthogonale à l'autre droite .



c. Exemple (pour la définition et les propriétés) :

Exemple pour la définition	Exemple pour la propriété 1	Exemple pour la propriété 2

B. Orthogonalité d'une droite (D) et un plan (P) de l'espace (E) :

a. Définition :

Une droite (D) est orthogonale à un plan de l'espace si et seulement si la droite (D) est orthogonale à toute droite (Δ) du plan (P) .

On note : $(D) \perp (P)$ on lit (D) est orthogonale au plan (P) .

b. Propriétés :

1. Une droite (D) est orthogonale à un plan (P) de l'espace si et seulement si la droite (D) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (P) .
2. Si deux droites (D) et (D') sont parallèles , tout plan (P) orthogonal à l'une de ces deux droites alors (P) est orthogonal à l'autre droite .
3. Si deux plans (P) et (P') sont parallèles , toute droite (D) orthogonale à l'un des deux plans alors (D) est orthogonale à l'autre plan .

c. Exemple :

Définition	Propriété 1	Propriété 2	Propriété 3

d. Remarque :

Par un point de l'espace (E) passe :

1. Un plan et un seul qui est orthogonal à une droite donnée .
2. Une droite et une seule orthogonale à un plan donné .



C. Orthogonalité de deux plans (P) et (P') de l'espace :

a. Définition :

Deux plans (P) et (P') de l'espace (E) sont orthogonaux si et seulement si l'un des deux plans contient une droite (D) orthogonale à l'autre plan . on note : $(P) \perp (P')$.

b. Propriétés :

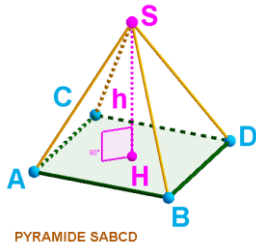
1. Si deux plans (P) et (P') de l'espace (E) sont orthogonaux à une même droite alors les plans sont parallèles .
2. Si deux plans (P) et (P') de l'espace (E) sont parallèles :
 - si un plan (Q) est orthogonal à l'un des deux plans alors (Q) est orthogonal à l'autre .
 - si une droite (D) est orthogonale à l'un des deux plans alors (D) est orthogonale à l'autre .
3. tout plan (Q) orthogonal à deux plans sécants (P) et (P') suivant une droite (D) alors $(D) \perp (Q)$

c. Exemple :

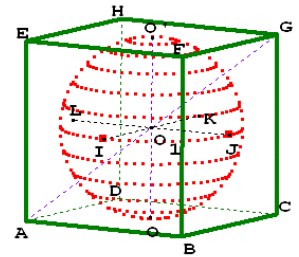
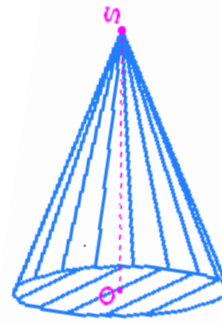
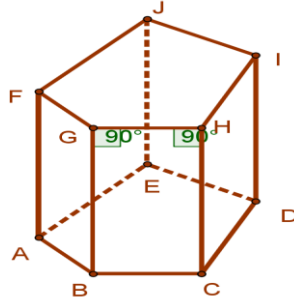
Définition	Propriété 1	Propriété 2	Propriété 3

VII. les surfaces et les volumes de certains solides :

cube ABCDEFGH Arête de longueur : a L'aire (surface) latérale : $S_L = 4a^2$. L'aire (surface) totale : $S_T = 6a^2$ Volume : $V = a^3$	Parallélépipède rectangle ABCDEFGH Longueur : L Largeur : l Hauteur : h L'aire (surface) latérale : $S_L = 2(L + l) \times h$. la surface totale : $S_T = S_L + 2L \times l$ Volume : $V = L \times l \times h$	Cylindre droit La hauteur : $h = AB$ L'aire (surface) : $S_L = 2\pi \times R \times h$ Volume : $S_L = \pi \times R^2 \times h$	Sphère S(O, R) Rayon : R Volume : $V = \frac{4}{3} \pi \times R^3$



$$h=ID=HC=GB=FA=JE$$



Pyramide SABCD

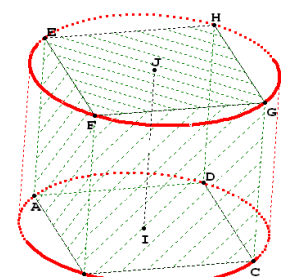
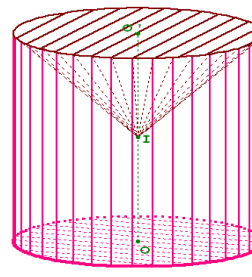
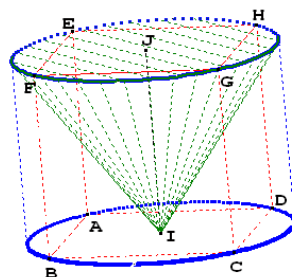
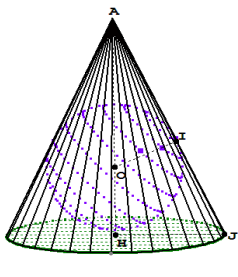
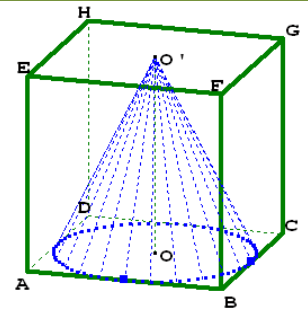
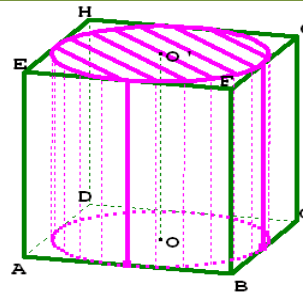
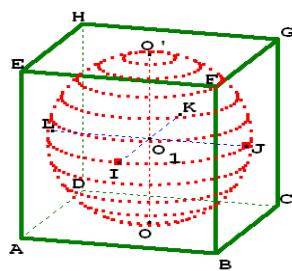
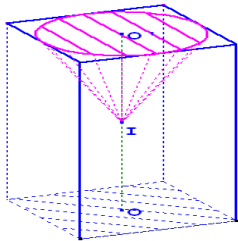
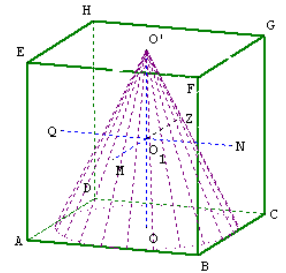
Sommet : **S**
Hauteur : **$h = SH$**
Surface de la base : **S_B**
Volume : **$V = \frac{1}{3} S_B \times h$**

Prisme droit

Hauteur : **h**
Périmètre de la base : **P_B**
Surface de la base : **S_B**
L'aire (surface)
latérale : **$S_L = P_B \times h$**
Volume : **$V = P_B \times h$**

cône de révolution

Hauteur : **$h = OS$**
Rayon de la base : **R**
Volume !
 $V = \frac{1}{3} \pi \times R^2 \times h$



Remarque :



C'est faux de dire : D'un point **O** de l'espace passe une et une seule droite (Δ) orthogonale à une droite (**D**) donnée de l'espace .

Exemple :

