

## PRODUIT SCALAIRE

**Exercice1 :** Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A et  $AB = 2\text{cm}$

Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CB}$

**Exercice2 :** Soit un triangle équilatéral ABC de côté  $a$ .

Calculer :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

**Exercice3 :** Soit CFG un triangle tel que  $CF = 7$  et  $CG = 6$  et  $FG = 3$

Calculer :  $\overrightarrow{CG} \cdot \overrightarrow{CF}$

**Exercice4 :** soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs tels que :

$$\|\vec{u}\| = \frac{5}{2}\sqrt{2} \text{ et } \|\vec{v}\| = 4 \text{ et } (\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{4}[2\pi]$$

Calculer  $\vec{u} \cdot \vec{v}$

**Exercice5 :** Soit EFG un triangle tel que :  $EF = 5$   $EG = 3$  et  $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG} = -6$  calculer :  $\cos(FEG)$

**Exercice6 :** Soit ABC un triangle tel que :  $AB = 3$

$$AC = 4 \text{ et } BAC = \frac{2\pi}{3}$$

Calculer :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

**Exercice7 :1)** Soit ABC un triangle tel que  $AB = 7$  et  $AC = 5$  et  $BC = 6$

a) Calculer  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$  et en déduire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) Soit H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB)

Calculer AH

$$2) \text{ sachant que } \|\vec{u}\| = 4 \text{ et } \|\vec{v}\| = 2 \text{ et } \vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{a) Calculer : } A = (2\vec{u} - 3\vec{v}) \cdot (\vec{u} + 2\vec{v}) \text{ et } B = \left( \frac{\vec{u}}{2} - \vec{v} \right) \cdot \left( \vec{u} + \frac{\vec{v}}{2} \right)$$

$$C = (\vec{u} - \vec{v})^2 \text{ et } D = (2\vec{u} + 3\vec{v})^2$$

$$\text{b) en déduire } E = \|\vec{u} - \vec{v}\| \text{ et } F = \|2\vec{u} + 3\vec{v}\|$$

**Exercice8 :** Soit un carré ABCD de côté c.

Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

**Solution :**

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = \|\overrightarrow{AB}\|^2 = c^2$$

**Exercice9 :** Soit ABC un triangle rectangle en A et H est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC)

Montrer que :

$$1) AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$2) AC \times AB = AH \times BC$$

**Exercice10 :** Soit ABC un triangle rectangle en A et H est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC)

$$\text{et } AH = 2\text{cm} \text{ et } ABC = \frac{\pi}{3}$$

Calculer AB et BH et BC

**Exercice11 :** Soit ABC un triangle tel que et  $AB = 5$  et  $AC = 8$  et  $A = \frac{2\pi}{3}$  Calculer BC et  $\cos C$

**Exercice12 :** Soit EFG un triangle tel que et  $EF = 7$  et  $EG = 5$  et  $FEG = \frac{\pi}{4}$

Calculer FG et  $\cos EGF$

**Exercice13 :** Soit ABC un triangle tel que et  $BC = 4\text{cm}$   $AC = 6\text{cm}$  et  $AB = 3\text{cm}$  et I le milieu du segment  $[BC]$

Calculer : AI

**Exercice14 :** Soit ABC un triangle tel que :  $BC = 5$  ;  $AC = 7$  Et  $AB = 8$  et K le milieu du segment [AB]. calculer CK .

**Exercice15 :** soit ABM un triangle tel que :  $AM = 3\text{cm}$  Et  $BM = 4\text{cm}$  et  $AB = 4\text{cm}$

I le milieu du segment [AB]. Et J le milieu de  $[AM]$  Et K le milieu du segment  $[BM]$

Calculer : MI et AK et BJ

**Exercice16 :** Soit EFGH un parallélogramme tel que et  $EF = 3$  et  $EH = 5$  et  $FEH = \frac{3\pi}{4}$

Calculer la Surface du triangle EFH et la Surface du parallélogramme EFGH

**Exercice17 :** Soit ABC un triangle tel que :

$$a = BC = 6 \text{ et } A = 30^\circ \text{ et } B = 73^\circ$$

Calculer b et c

**Exercice18 :** soit ABC un triangle tel que :  $AB = 1$

Et  $AC = \sqrt{2}$  et  $CB = 2$  et D un point tel que :

$$\overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

1) Montrer que :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}$  et en déduire  $\cos A$

2) Ecrire  $\overrightarrow{AD}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$

3) Calculer  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$  et en déduire la nature du triangle ABD

4) Calculer : AD

5) Soit I le milieu du segment  $[BC]$  et J le milieu du segment  $[AC]$

6) Calculer : AI et BJ

**Exercice19:** soit  $ABC$  un triangle tel que :  $AB = \sqrt{7}$

Et  $AC = 2$  et  $BC = 3$

$I$  le milieu du segment  $[BC]$

a) Calculer :  $\cos(\hat{BAC})$

b) Montrer que :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1$

c) Calculer  $AI$

2) soit  $M$  un point tel que :  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

a) Calculer :  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) montrer que :  $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

c) que peut-on déduire des droites :  $(MB)$  et  $(AC)$  ?

**Exercice20:** soit  $ABC$  un triangle tel que  $AB = 1$

Et  $BC = AC = \sqrt{2}$

$I$  le milieu du segment  $[AB]$  et  $D$  un point tel que :

$$\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

1) calculer  $CI$

2) calculer  $\overrightarrow{AD}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$

3) montrer que :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI}$

4) en déduire que :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$  et en déduire  $\cos BAC$

5) calculer :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$  et en déduire la nature du triangle  $BAD$

6) soit le point  $M$  tel que :  $-3\overrightarrow{MA} + 7\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

a) calculer  $\overrightarrow{AD}$  en fonction de  $\overrightarrow{AC}$  et calculer  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$

b) montrer que  $(MD) \perp (AC)$

**Exercice21:** soit  $ABC$  un triangle isocèle en  $B$  tel

que  $AB = \sqrt{2}$

On construit à l'extérieur du triangle  $ABC$  le triangle équilatérale  $ABD$  (voir schéma)

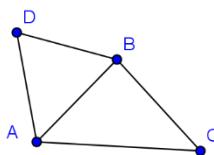
1) calculer  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$  et  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$

2) calculer :  $AC$  et  $DC$

3) montrer que :  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 - \sqrt{3}$

4) vérifier que :  $DAC = \frac{7\pi}{12}$

5) en déduire :  $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$



**Exercice22:** soit  $ABC$  un triangle isocèle en  $A$  tel que :

$\cos(\hat{BAC}) = \frac{1}{4}$  et  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16$  et  $I$  un point tel que :

$$\overrightarrow{BI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$$
 et  $J$  le milieu du segment  $[BC]$

Et soit la droite  $(\Delta)$  qui passe par  $I$  et perpendiculaire à la droite  $(AB)$  et soit  $E$  un point tel que :  $E \in (\Delta)$

1) Construire une figure

2) montrer que :  $AB = 8$  et calculer  $BC$

3) calculer :  $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BA}$

4) montrer que :  $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{AB} = 48$

5) calculer :  $AJ$

**Exercice23:** soit  $ABC$  un triangle isocèle en  $B$  tel que :

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$  et  $\cos(\hat{ABC}) = \frac{1}{3}$  et  $J$  un point

$$\text{tel que : } \overrightarrow{BJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{BA} \text{ et } I \text{ le milieu du segment } [AC]$$

Et soit la droite  $(\Delta)$  qui passe par  $J$  et perpendiculaire à la droite  $(AB)$  et soit  $E$  un point tel que :  $E \in (\Delta)$

Et soit  $M \in (\Delta)$

1) Construire une figure

2) montrer que :  $AB = 6$  et calculer  $AC$

3) calculer :  $\overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{BA}$

4) montrer que :  $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AB} = 45$

5) calculer :  $BI$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

