

Correction :

Exercice 1:

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 2x$

1. On a $D_f = \mathbb{R}$

$f(1) = -1$ et $f(-1) = 3$ donc $f(-1) \neq f(1)$ et $f(-1) \neq -f(1)$ d'où f est ni paire ni impaire

2. a) Pour tout a et b distincts de D_f on a

$$T = \frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{a^2 - 2a - b^2 + 2b}{a - b} = \frac{(a - b)(a + b) - 2(a - b)}{a - b} = a + b - 2$$

b) Sur l'intervalle $]-\infty; 1]$ on a $a \leq 1$ et $b \leq 1$ donc $a + b \leq 2$ c-à-d $a + b - 2 \leq 0$ donc f est décroissante sur $]-\infty; 1]$

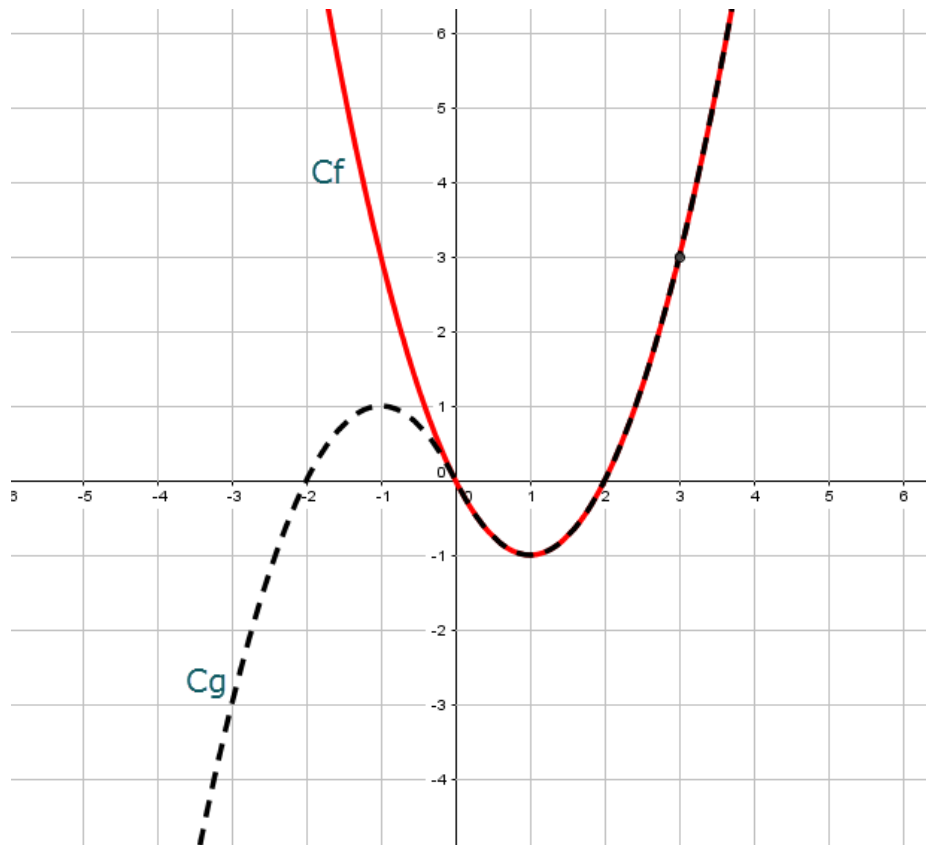
Sur l'intervalle $[1; +\infty[$ on a $a \geq 1$ et $b \geq 1$ donc $a + b \geq 2$ c-à-d $a + b - 2 \geq 0$ donc f est croissante sur $[1; +\infty[$

c) Le tableau des variations de f sur D_f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$			

d) -1 est la valeur minimale de f sur $D_f = \mathbb{R}$

3. On a $f(2) = 0$ et $f(3) = 3$ C_f est une parabole de sommet $\Omega(1; -1)$



4. On considère la fonction g définie par $g(x) = x|x| - 2x$

a) On a $D_g = \mathbb{R}$ et $g(-x) = -x|-x| + 2x = -x|x| + 2x = -(x|x| - 2x) = -g(x)$ car $|-x| = |x|$
donc g est impaire

b) Pour tout x de $[0; +\infty[$ on a $|-x| = |x|$ donc $g(x) = f(x)$

c) f et g ont les mêmes variations sur $[0; +\infty[$

g est impaire et décroissante sur $[0; 1]$ donc décroissante sur $[-1; 0]$

g est impaire et croissante sur $[1; +\infty[$ donc croissante sur $]-\infty; -1]$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow 1$	$\searrow 0$	$\searrow -1$	$\nearrow$

d) La courbe C_g (voir la figure ci-dessus)

Exercice 2:

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$

1) a) On a $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x+1 \neq 0\} = \mathbb{R}^* =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$

b) f est une fonction homographique donc C_f est une hyperbole de centre de symétrie $\Omega(-1; 1)$ et d'asymptotes les droites d'équations $x = -1$ et $y = 1$

c) On a $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 > 0$ donc

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$		$\nearrow$

d) On a $f(-\frac{3}{2}) = 7$, $f(-2) = 4$ et $f(-3) = \frac{5}{2}$

la courbe C_f (voir la figure ci-dessous)

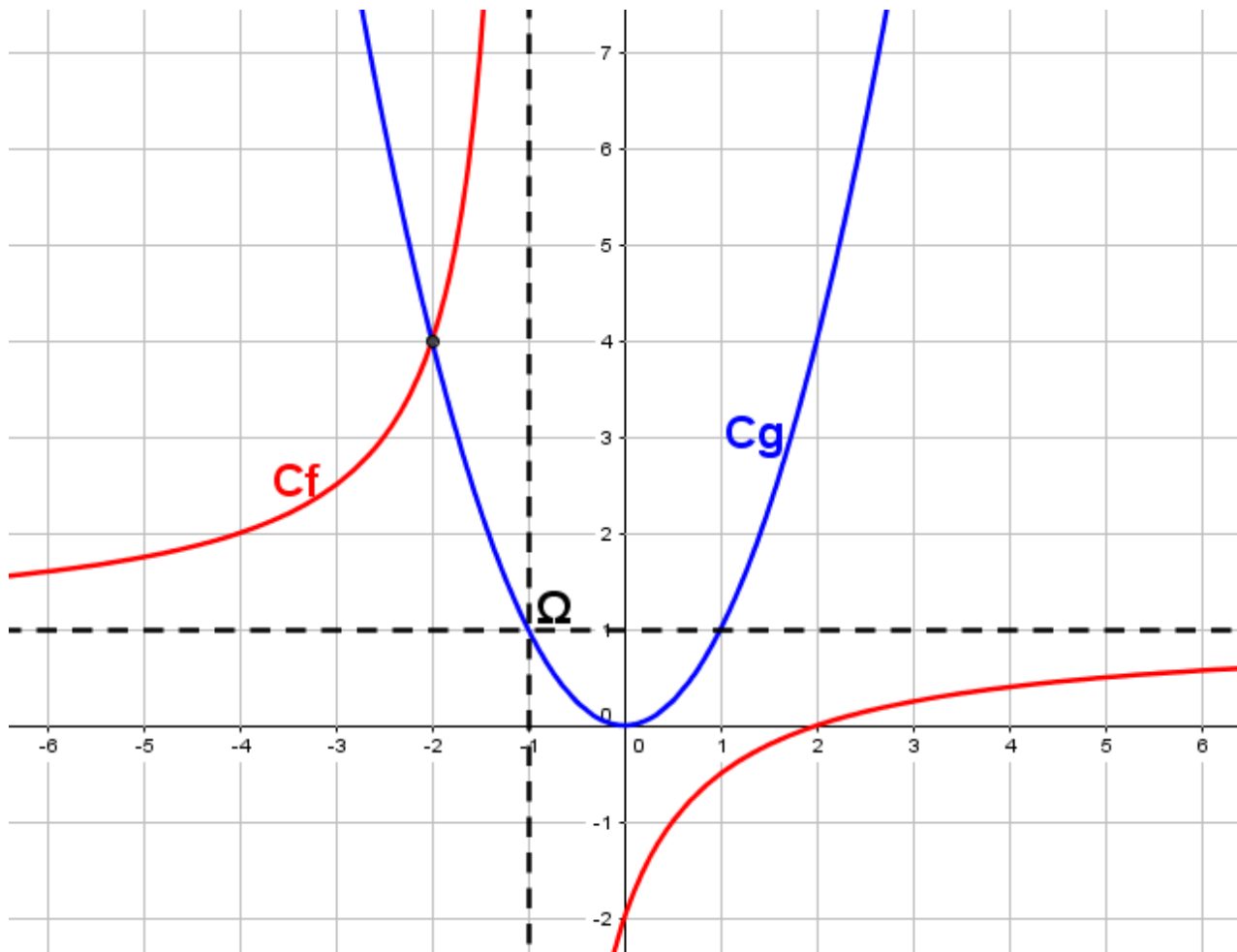
2) On considère la fonction g définie par $g(x) = x^2$

a) $g(x)$ est de la forme ax^2 avec a positif donc C_g est une parabole ouverte vers le haut de sommet l'origine du repère $O(0; 0)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

b) On a $g(-1) = 1$ et $g(-2) = 4$

Les deux courbes C_f et C_g dans le même repère :



c) Les solutions dans $\mathbb{R} - \{-1\}$ de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g

d'après la figure les deux courbes se coupent en un seul point donc l'ensemble des solutions de cette équation est :

Pour résoudre l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

il suffit de chercher les intervalles où C_f est en dessus de C_g

d'après la figure $S = [-2; -1[$.