

# TRIGONOMÉTRIE2

**Exercice1 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes a)  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  b)  $\cos x = -\frac{1}{2}$  c)  $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

**Solution:** a)  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ssi  $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$

Donc les solutions de l'équation dans  $\mathbb{R}$  sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; -\frac{\pi}{4} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \quad \text{ssi} \quad \cos x = -\cos \frac{\pi}{3} \quad \text{ssi}$$

$$\cos x = \cos \left( \pi - \frac{\pi}{3} \right) \quad \text{ssi} \quad \cos x = \cos \left( \frac{2\pi}{3} \right)$$

Donc les solutions de l'équation dans  $\mathbb{R}$  sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\text{c)} \cos^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos^2 x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left( \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left( \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ou} \quad \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \quad \text{ou} \quad \cos x = \cos \frac{3\pi}{4}$$

Ainsi :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; -\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

**Exercice2 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$\text{a)} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{b)} \sin x = -\frac{1}{2} \quad \text{c)} \sin^2 x = \frac{1}{2}$$

**Solution:** a)  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ssi  $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$

Donc les solutions de l'équation dans  $\mathbb{R}$  sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \pi - \frac{\pi}{3} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\text{b)} \sin x = -\frac{1}{2} \quad \text{ssi} \quad \sin x = -\sin \frac{\pi}{6} \quad \text{ssi} \quad \sin x = \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right)$$

L'équation a pour solution  $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$  et

$$\pi - \left( -\frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{où } k \in \mathbb{Z}$$

Donc les solutions de l'équation dans  $\mathbb{R}$  sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

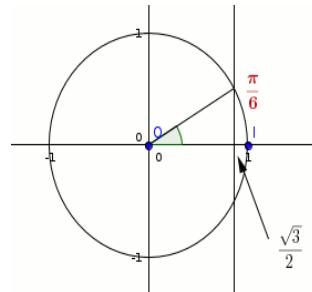
$$\text{c)} \sin^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left( \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left( \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ou} \quad \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \quad \text{ou} \quad \sin x = \sin \left( -\frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{Ainsi : } S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; -\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

**Exercice3 :** Résoudre dans  $]-\pi, \pi]$  l'équation :

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



**Solution:** Étape 1 : utiliser le cercle trigonométrique et/ou le tableau de valeurs remarquables afin de retrouver une valeur dont le cosinus vaut  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Le cosinus se lit sur l'axe des abscisses

on peut dire que  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  est le cosinus de  $\frac{\pi}{6}$  par exemple.

Étape 2 : Utiliser ce résultat pour écrire l'équation proposée sous la forme " $\cos U = \cos V$ "

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ssi} \quad \cos 2x = \cos \frac{\pi}{6}$$

On applique alors la propriété

$$\text{Donc on a : } 2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad 2x = -\frac{\pi}{6} + 2k'\pi$$

$$\text{Je divise par 2 chaque membre de chaque égalité, j'obtiens} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \quad \text{ou} \quad x = -\frac{\pi}{12} + k'\pi \quad \text{avec } k \text{ et } k' \text{ dans } \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + k\pi \quad \text{ou} \quad x = -\frac{\pi}{12} + k'\pi$$

■ Étape 3

Mais il ne va falloir garder que les valeurs de  $x$  dans l'intervalle imposé c'est à dire dans  $]-\pi, \pi]$

on a deux méthodes soit encadrement ou on donnant des valeurs à  $k$

Pour la première série de valeurs

$$: x = \frac{\pi}{12} + k\pi \quad \text{avec } k \text{ dans } \mathbb{Z}$$

Prenons par exemple la valeur  $k = -2$  et remplaçons : on obtient  $x = \frac{\pi}{12} - 2\pi$  ; cette valeur n'appartient pas à  $]-\pi, \pi]$  ; il est donc évident que des valeurs de  $k$  inférieures à -2 ne conviendront pas non plus.

Par contre, si je choisis  $k = -1$  : on obtient  $x = \frac{\pi}{12} - \pi$  ; cette valeur appartient à  $]-\pi, \pi]$ .

Il s'agit donc de trouver toutes les valeurs de  $k$  telles que les solutions trouvées appartiennent bien à l'intervalle imposé, en appliquant cette démarche de manière systématique.

pour  $k = -1$   $x_1 = \frac{\pi}{12} - \pi = -\frac{11\pi}{12}$  convient car appartient à  $]-\pi, \pi]$

pour  $k = 0$   $x_2 = \frac{\pi}{12}$  convient car appartient à  $]-\pi, \pi]$

pour  $k = 1$   $x = \frac{\pi}{12} + \pi = \frac{13\pi}{12}$  ne convient pas car n'appartient pas à  $]-\pi, \pi]$

Il est inutile de poursuivre pour la première série de valeur (car si pour  $k = 1$ , la valeur trouvée n'appartient plus à l'intervalle, il en sera de même *a fortiori* pour des valeurs supérieures de  $k$ )

Faisons de même pour la deuxième série de valeurs

$x = -\frac{\pi}{12} + k'\pi$  avec  $k'$  dans  $\mathbb{Z}$

pour  $k' = -1$   $x = -\frac{\pi}{12} - \pi = -\frac{13\pi}{12}$  ne convient pas car n'appartient pas à  $]-\pi, \pi]$

pour  $k' = 0$   $x_3 = -\frac{\pi}{12}$  convient car appartient à  $]-\pi, \pi]$

pour  $k' = 1$   $x = -\frac{\pi}{12} + \pi = \frac{11\pi}{12}$  convient pas car appartient à  $]-\pi, \pi]$

pour  $k' = 2$   $x = -\frac{\pi}{12} + 2\pi$  ne convient pas car n'appartient pas à  $]-\pi, \pi]$

Donc L'ensemble solution de l'équation dans  $]-\pi, \pi]$  est

$$\text{donc: } S = \left\{ -\frac{11\pi}{12}; -\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{12}; \frac{11\pi}{12} \right\}$$

**Exercice4 :1)** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équations suivantes  
 $4\tan x + 4 = 0$

**2)** Résoudre dans  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right]$  l'équations suivantes :

$$2\sqrt{2}\sin x + 2 = 0$$

**Solution:** 1) on a  $4\tan x + 4 = 0$  est définie dans  $\mathbb{R}$  ssi

$x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$  avec  $k$  un nombre relatif. Donc

$$D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$4\tan x + 4 = 0 \text{ ssi } \tan x = -1 \text{ ssi } \tan x = -\tan \frac{\pi}{4}$$

$$\text{ssi } \tan x = \tan \left( -\frac{\pi}{4} \right)$$

Donc les solutions de l'équation dans  $\mathbb{R}$  sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$2) 2\sqrt{2}\sin x + 2 = 0 \text{ ssi } \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ssi } \sin x = -\sin \frac{\pi}{4}$$

$$\text{L'équation a pour solution } -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$\text{et } \pi - \left( -\frac{\pi}{4} \right) + 2k\pi = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

- Encadrement de  $-\frac{\pi}{4} + 2k\pi$  :  $-\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq \frac{5\pi}{2}$

et  $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Donc } -\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{4} + 2k \leq \frac{5}{2} \quad \text{Donc } -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \leq 2k \leq \frac{5}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\text{Donc } -\frac{1}{8} \leq k \leq \frac{11}{8} \quad \text{Donc } -0,12 \leq k \leq 1,37 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc  $k = 0$  ou  $k = 1$

$$\text{Pour } k = 0 \text{ on trouve } x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2 \times 0\pi = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{Pour } k = 1 \text{ on trouve } x_2 = -\frac{\pi}{4} + 2 \times 1\pi = \frac{7\pi}{4}$$

- Encadrement de  $\frac{5\pi}{4} + 2k\pi$  :  $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \leq \frac{5\pi}{2}$

et  $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Donc } -\frac{1}{2} \leq \frac{5}{4} + 2k \leq \frac{5}{2} \quad \text{Donc } -\frac{1}{2} - \frac{5}{4} \leq 2k \leq \frac{5}{2} - \frac{5}{4}$$

$$\text{Donc } -\frac{7}{8} \leq k \leq \frac{5}{8} \quad \text{Donc } -0,8 \leq k \leq 0,6 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc  $k = 0$

$$\text{Pour } k = 0 \text{ on trouve } x_3 = \frac{5\pi}{4} + 2 \times 0\pi = \frac{5\pi}{4}$$

$$\text{Donc } S = \left\{ -\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{5\pi}{4} \right\}$$

**Exercice5 :1)** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équations

suivantes :  $\cos 2x = \cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right)$

**2)** Résoudre dans  $[0; \pi]$  l'équations suivantes :

$$\sin \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \left( \frac{\pi}{4} - x \right)$$

**3)** Résoudre dans  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  l'équations suivantes :

$$\tan\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = 1$$

**Solution:** 1) on a  $\cos 2x = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$  ssi

$$2x = x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } 2x = -\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2k\pi$$

$$\text{ssi } 2x - x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } 2x + x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ Ssi}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

2) on a  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$  ssi

$$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} - x + 2k\pi \text{ ou } 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{4} + x + 2k\pi$$

$$\text{ssi } 3x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = \pi - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\text{Donc } x = \frac{7\pi}{36} + \frac{2k\pi}{3} \text{ ou } x = \frac{13\pi}{12} + 2k\pi$$

• Encadrement de  $\frac{7\pi}{36} + \frac{2k\pi}{3}$  :  $0 \leq \frac{7\pi}{36} + \frac{2k\pi}{3} \leq \pi$  et  $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Donc } 0 \leq \frac{7}{36} + \frac{2k}{3} \leq 1 \quad \text{Donc } -\frac{7}{24} \leq k \leq \frac{29}{36} \quad \text{Donc}$$

$$-0,29 \leq k \leq 1,2 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc  $k=0$  ou  $k=1$

$$\text{Pour } k=0 \text{ on trouve } x_1 = \frac{7\pi}{36}$$

$$\text{Pour } k=1 \text{ on trouve } x_2 = \frac{7\pi}{36} + \frac{2\pi}{3} = \frac{31\pi}{36}$$

• Encadrement de  $x = \frac{13\pi}{12} + 2k\pi$

$$0 \leq \frac{13\pi}{12} + 2k\pi \leq \pi \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Donc } 0 \leq \frac{13}{12} + 2k \leq 1 \quad \text{Donc } -\frac{13}{24} \leq k \leq -\frac{1}{24} \quad \text{Donc}$$

$$-0,54 \leq k \leq 0,04 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc  $k$  n'existe pas

• Donc  $S_{[0,\pi]} = \left\{ \frac{7\pi}{36}; \frac{31\pi}{36} \right\}$

**3)** on a  $\tan\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = 1$  est définie ssi

$$2x - \frac{\pi}{5} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ ssi } 2x \neq \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5} + k\pi$$

ssi  $2x \neq \frac{7\pi}{10} + k\pi$  ssi  $x \neq \frac{7\pi}{20} + \frac{k\pi}{2}$  Donc

$$D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{7\pi}{20} + \frac{k\pi}{2} ; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

or on sait que :  $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$  Donc  $\tan\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$$\text{Donc } 2x - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{4} + k\pi \text{ ssi } 2x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{5} + k\pi \text{ ssi}$$

$$2x = \frac{9\pi}{20} + k\pi \text{ ssi } x = \frac{9\pi}{40} + \frac{k\pi}{2}$$

$$\text{Encadrement de } \frac{9\pi}{40} + \frac{k\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{9\pi}{40} + \frac{k\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} \text{ et } k \in \mathbb{Z} \quad \text{donc}$$

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{9}{40} + \frac{k}{2} \leq \frac{1}{2} \quad \text{donc} \quad -\frac{29}{40} \leq \frac{k}{2} \leq \frac{11}{40}$$

$$\text{donc } -\frac{29}{40} \leq \frac{k}{2} \leq \frac{11}{40} \quad \text{donc} \quad -\frac{29}{20} \leq k \leq \frac{11}{20} \quad \text{Donc}$$

$$-1,45 \leq k \leq 0,55 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc  $k=0$  ou  $k=-1$

$$\text{Pour } k=0 \text{ on trouve } x_1 = \frac{9\pi}{40}$$

$$\text{Pour } k=-1 \text{ on trouve } x_2 = \frac{9\pi}{40} - \frac{\pi}{2} = -\frac{11\pi}{40}$$

$$\text{Donc } S = \left\{ -\frac{11\pi}{40}; \frac{9\pi}{40} \right\}$$

**Exercice6 :** Résoudre dans  $[0, 2\pi[$  l'inéquation

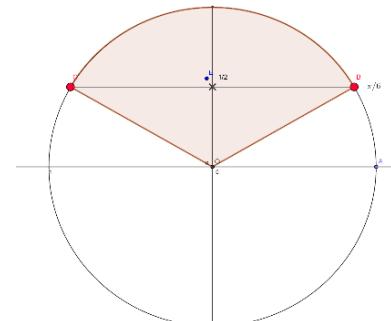
suivante :  $\sin x \geq \frac{1}{2}$

**Solution :**

$$\sin x \geq \frac{1}{2} \text{ ssi}$$

$$\sin x \geq \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\text{donc } S = \left[ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right]$$



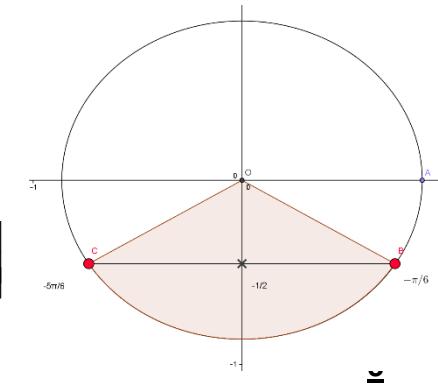
**Exercice7 :** Résoudre dans  $]-\pi, \pi]$  l'inéquation

suivante :  $\sin x \leq -\frac{1}{2}$

**Solution:**  $\sin x \leq -\frac{1}{2}$

$$\text{ssi } \sin x \leq \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{donc } S = \left[ -\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6} \right]$$



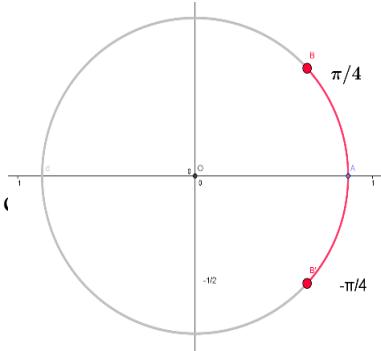
**Exercice8 :** Résoudre dans  $]-\pi, \pi]$  l'inéquation suivante :

$$\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Solution :**

$$\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ssi } \cos x \geq \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\text{donc } S = \left[ -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right]$$

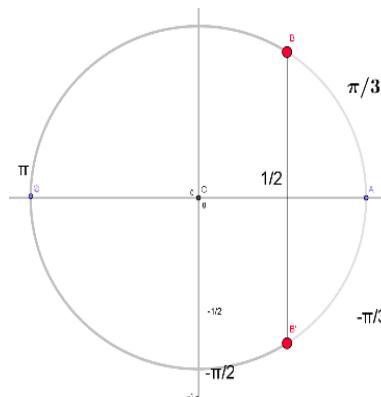


**Exercice9:** Résoudre dans  $]-\frac{\pi}{2}, \pi]$  l'inéquation suivante :  $\cos x \leq \frac{1}{2}$

**Solution :**

$$\cos x \leq \frac{1}{2} \text{ ssi }$$

$$\cos x \leq \cos \frac{\pi}{3}$$



$$\text{Donc } S = \left[ -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3} \right] \cup \left[ \frac{\pi}{3}, \pi \right]$$

**Exercice10:** Résoudre dans  $]-\pi, \pi]$  les inéquations suivantes : 1)  $\cos x \leq 0$  2)  $\sin x \geq 0$

**Solution :** on utilise le cercle trigonométrique

$$1) \quad S = \left[ -\pi, -\frac{\pi}{2} \right] \cup \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right]$$

$$2) \quad S = [0, \pi]$$

**Exercice11 :** Résoudre dans  $S = \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$

l'inéquation suivante :  $\tan x \geq 1$

$$\text{Solution: } S = \left[ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$$

**Exercice12:** Résoudre dans  $[0 ; 2\pi]$  l'inéquation suivante :  $\sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\text{On sait que : } \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

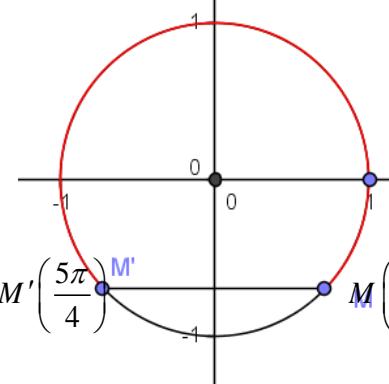
L'arc  $MM'$  en rouge correspond à tous les points  $M(x)$

$$\text{tq } x \text{ vérifie } \sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Donc

$$\sin x \geq \frac{1}{2} \text{ ssi } \sin x \geq \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\text{donc } S = \left[ 0 ; \frac{5\pi}{4} \right] \cup \left[ \frac{7\pi}{4} ; 2\pi \right]$$



**Exercice13 :** Résoudre dans  $[-\pi ; \pi]$  l'inéquation suivante :

$$3 \tan x - \sqrt{3} \geq 0$$

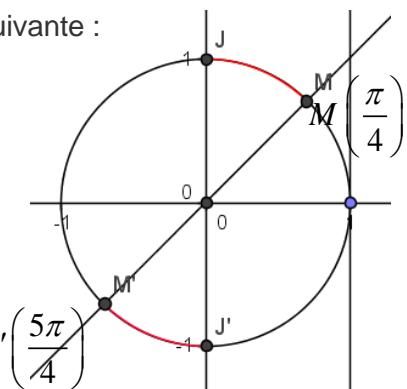
**Solution :**

$$\text{On a } 3 \tan x - \sqrt{3} \geq 0$$

$$\text{ssi } \tan x \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$$

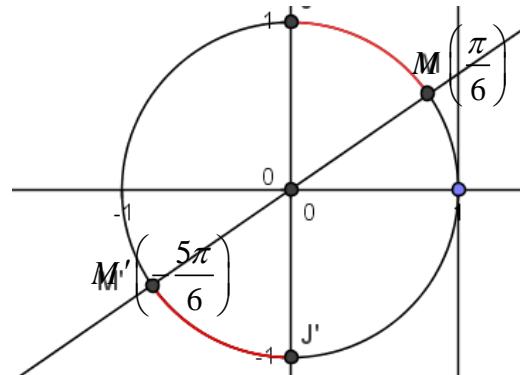
On sait que :

$$\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



Les arcs  $MJ$  et  $M'J'$  en rouge correspondent à tous les points  $M(x)$  tq  $x$  vérifie  $3 \tan x - \sqrt{3} \geq 0$

Donc



$$S = \left[ -\frac{5\pi}{6} ; -\frac{\pi}{2} \right] \cup \left[ \frac{\pi}{6} ; \frac{\pi}{2} \right]$$

**Exercice14 :** Résoudre dans  $[0 ; 2\pi]$  l'inéquation suivante :  $\tan x - 1 \geq 0$

**Solution :** On a  $\tan x - 1 \geq 0$  ssi  $\tan x \geq 1$

$$\text{On sait que : } \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

Les arc  $MJ$  et  $M'J'$  en rouge correspondent à tous les points  $M(x)$  tq  $x$  vérifie  $\tan x - 1 \geq 0$ . Donc

$$S = \left[ \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right] \cup \left[ \frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2} \right]$$

**Exercice 15 : 1)** a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :  $2\sin^2 x - 9\sin x - 5 = 0$  et en déduire les solutions dans  $[0; 2\pi]$

b) résoudre dans  $[0; 2\pi]$  l'inéquation suivante :

$$2\sin^2 x - 9\sin x - 5 \leq 0$$

2) Résoudre dans  $[0; \pi]$  l'inéquation suivante :

$$(2\cos x - 1)(\tan x + 1) \geq 0$$

**Solution:** 1) a) on pose  $t = \sin x$

$$2\sin^2 x - 9\sin x - 5 \leq 0 \text{ ssi } 2t^2 - 9t - 5 \leq 0$$

On cherche les racines du trinôme  $2t^2 - 9t - 5$ :

$$\text{Calcul du discriminant : } \Delta = (-9)^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 121$$

$$\text{Les racines sont : } t_1 = \frac{9 - \sqrt{121}}{2 \times 2} = -\frac{1}{2} \text{ et}$$

$$t_2 = \frac{9 + \sqrt{121}}{2 \times 2} = 5 \text{ Donc } \sin x = -\frac{1}{2} \text{ et } \sin x = 5$$

Or on sait que  $-1 \leq \sin x \leq 1$  donc l'équation  $\sin x = 5$  n'admet pas de solutions dans  $\mathbb{R}$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ ssi } \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \text{ ssi } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou}$$

$$x = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$$

$$\text{ssi } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

- Encadrement de  $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$  :  $0 \leq -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq 2\pi$

et  $k \in \mathbb{Z}$

Donc  $0 \leq -\frac{1}{6} + 2k \leq 2$     Donc  $\frac{1}{12} \leq k \leq \frac{13}{12}$     Donc

$$0,08 \leq k \leq 1,02 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc  $k = 1$

Pour  $k = 1$  on remplace on trouve

$$x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6}$$

- Encadrement de  $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$  :  $0 \leq \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \leq 2\pi$

et  $k \in \mathbb{Z}$

Donc  $0 \leq \frac{7}{6} + 2k \leq 2$     Donc  $-\frac{7}{12} \leq k \leq \frac{5}{12}$     Donc

$$-0,5 \leq k \leq 0,41 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc  $k = 0$  on remplace on trouve  $x_2 = \frac{7\pi}{6}$

$$\text{Donc } S_{[0; 2\pi]} = \left\{ \frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\}$$

1) b)  $2\sin^2 x - 9\sin x - 5 \leq 0$  ssi

$$2\left(\sin x + \frac{1}{2}\right)(\sin x - 5) \leq 0$$

Or on sait que  $-1 \leq \sin x \leq 1$  donc  $-1 \leq \sin x \leq 1 < 5$

Donc  $\sin x - 5 < 0$

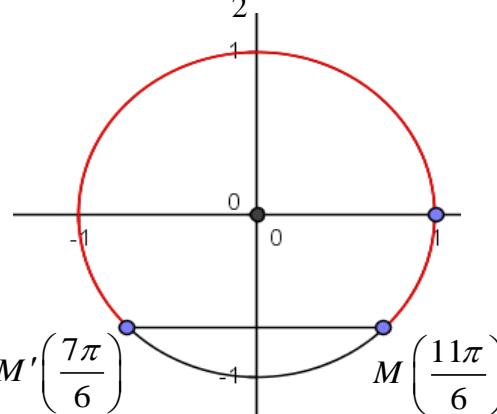
Puisque  $\sin x - 5 < 0$  et  $2 > 0$  alors

$$2\left(\sin x + \frac{1}{2}\right)(\sin x - 5) \leq 0 \text{ ssi } \sin x + \frac{1}{2} \geq 0$$

$$\text{ssi } \sin x \geq -\frac{1}{2} \text{ ssi } \sin x \geq \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

L'arc en rouge correspond à tous les points  $M(x)$

tq  $x$  vérifie  $\sin x \geq -\frac{1}{2}$



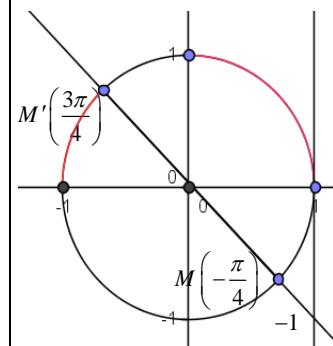
$$\text{donc } S = \left[ 0; \frac{7\pi}{6} \right] \cup \left[ \frac{11\pi}{6}; 2\pi \right]$$

2) l'inéquation  $(2\cos x - 1)(\tan x + 1) \geq 0$  est définie dans  $[0; \pi]$  ssi  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\text{Donc } D = [0; \pi] - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$2\cos x - 1 \geq 0 \text{ ssi } \cos x = \frac{1}{2} \text{ ssi } \cos x \geq \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\tan x + 1 \geq 0 \text{ ssi } \tan x \geq -1 \text{ ssi } \tan x \geq \tan\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$$



| $x$                         | 0 | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\pi$ |
|-----------------------------|---|-----------------|-----------------|------------------|-------|
| $2\cos x - 1$               | + | 0               | -               | -                | -     |
| $\tan x + 1$                | + | -               | +               | -                | 0     |
| $(2\cos x - 1)(\tan x + 1)$ | + | -               | -               | 0                | -     |

$$\text{donc } S = \left[ 0; \frac{\pi}{3} \right] \cup \left[ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4} \right]$$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices  
Que l'on devient un mathématicien

