

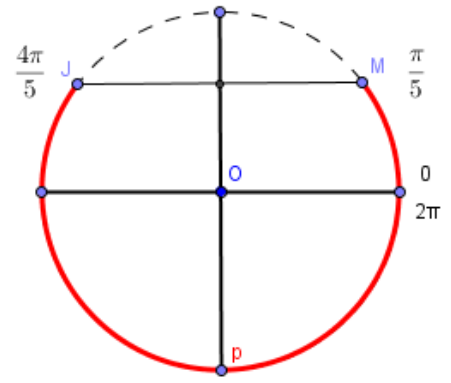
Tronc commun science	Trigonométrie(Correction)	prof: atmani najib
<u>Exercice 1:</u> 1. Énoncé : $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ On a $\sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) = \sin\left(\pi - \frac{4\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ (car $\sin(x) = \sin(\pi - x)$) $\cos\left(\frac{3\pi}{10}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{10}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{10}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ (car $\cos(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$) $\sin\left(\frac{101\pi}{5}\right) = \sin\left(20\pi + \frac{\pi}{5}\right) = \sin\left(2 \times 10 \times \pi + \frac{\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ 2. a) dans $\mathbb{R}$ On a $\sin(x) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ équivaut à $\sin(x) = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ équivaut à $\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \pi - \frac{\pi}{5} + 2k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ donc l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ est $S = \left\{ \frac{\pi}{5} + 2k\pi ; \frac{4\pi}{5} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$ dans l'intervalle $[0; 2\pi]$ $0 \leq \frac{\pi}{5} + 2k\pi \leq 2\pi$ $0 \leq \frac{1}{5} + 2k \leq 2$ $\frac{-1}{5} \leq 2k \leq 2 - \frac{1}{5}$ $\frac{-1}{10} \leq k \leq \frac{9}{10}$ Donc $k = 0$ d'où $x = \frac{\pi}{5}$ $0 \leq \frac{4\pi}{5} + 2k\pi \leq 2\pi$ $0 \leq \frac{4}{5} + 2k \leq 2$ $\frac{-4}{5} \leq 2k \leq 2 - \frac{4}{5}$ $\frac{-4}{10} \leq k \leq \frac{6}{10}$ Donc $k = 0$ d'où $x = \frac{4\pi}{5}$ donc l'ensemble des solutions dans $[0; 2\pi]$ est $S = \left\{ \frac{\pi}{5}; \frac{4\pi}{5} \right\}$		

b) L'ensemble des solutions l'inéquation $\sin(x) < \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

dans l'intervalle $[0; 2\pi]$

$$\text{est } S = \left[0; \frac{\pi}{5}\right] \cup \left[\frac{4\pi}{5}; 2\pi\right]$$

(on donne $\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4} \approx 0,6$)



Exercice 2:

On considère la figure suivante

on donne $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AE}) \equiv \frac{2\pi}{5}[2\pi]$

D'après la relation de Chasles on a

$$(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{AB}) \equiv (\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AB})[2\pi]$$

$$\equiv \frac{-\pi}{3} + \frac{-2\pi}{5} + \frac{-\pi}{2}[2\pi]$$

$$\equiv \frac{-37\pi}{30}[2\pi]$$

$$\equiv \frac{-37\pi}{30} + 2\pi[2\pi]$$

$$\equiv \frac{23\pi}{30}[2\pi]$$

puisque $\frac{23\pi}{30} \in]-\pi; \pi]$

donc $\frac{23\pi}{30}$ est la mesure principale de $(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{AB})$

