

TRIGONOMÉTRIE2

I) Les équations trigonométriques élémentaires

1) Equation: $\cos x = a$ Soit a un nombre réel.

Si $a > 1$ ou $a < -1$ alors l'équation $\cos x = a$ n'admet pas de solution dans \mathbb{R} et on a : $S = \emptyset$.

Si $-1 \leq a \leq 1$ réels alors il existe un unique réels : α dans $[0 ; \pi]$ tel que $\cos x = \cos \alpha$ et alors on a :

$$S = \{\alpha + 2k\pi; -\alpha + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\} .$$

2) Equation: $\sin x = a$

Si $a > 1$ ou $a < -1$ alors l'équation $\sin x = a$ n'admet pas de solution dans \mathbb{R} et on a : $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$.

Si $-1 \leq a \leq 1$ réels alors on a l'équation $\sin x = a$:

Et on sait qu'il existe un unique réels : α dans $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

tel que $\sin x = \sin \alpha$ et alors on a :

$$S_{\mathbb{R}} = \{\alpha + 2k\pi; \pi - \alpha + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\} .$$

3) Equation : $\tan x = a$

L'équation $\tan x = a$ est définie dans \mathbb{R} ssi

$x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ avec k un nombre relatif

il existe un unique réel : α dans $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ tel que

$$\tan x = \tan \alpha \text{ et alors on a : } S_{\mathbb{R}} = \{\alpha + k\pi / k \in \mathbb{Z}\} .$$

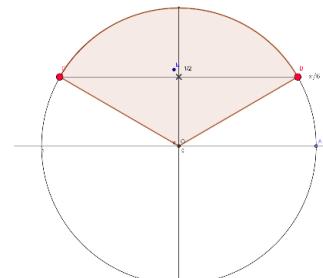
II) Les inéquations trigonométriques élémentaires

Exemple1 : Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'inéquation suivante :

$$\sin x \geq \frac{1}{2} \quad \text{solution}$$

$$\sin x \geq \frac{1}{2} \quad \text{ssi } \sin x \geq \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\text{donc } S = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right]$$

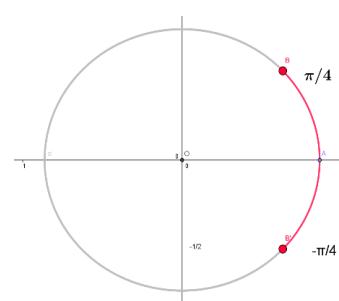


Exemple2 : Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation suivante :

$$\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{Solution}$$

$$\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ssi } \cos x \geq \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\text{donc } S = \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right]$$



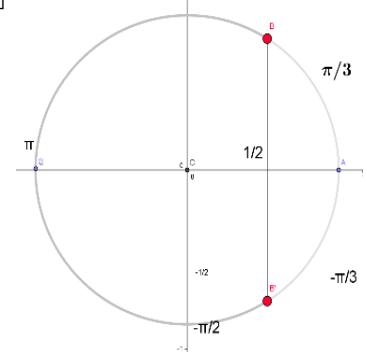
Exemple3 : Résoudre dans $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$ l'inéquation suivante :

$$\cos x \leq \frac{1}{2} \quad \text{solution}$$

$$\cos x \leq \frac{1}{2}$$

ssi $\cos x \leq \cos \frac{\pi}{3}$

$$\text{Donc : } S = \left[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{\pi}{3}, \pi \right]$$



Exemple4 : Résoudre dans $S = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$ l'inéquation

suivante : $\tan x \geq 1$

Solution :

$$S = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$$

Exemple5 : Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation suivante :

$$\sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{solution}$$

On sait que : $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

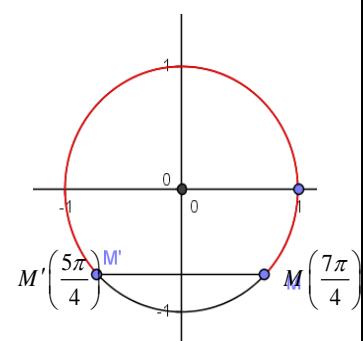
L'arc MM' en rouge correspond à tous les points $M(x)$

tq x vérifie $\sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Donc

$$\sin x \geq \frac{1}{2} \quad \text{ssi } \sin x \geq \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\text{donc } S = \left[0 ; \frac{5\pi}{4} \right] \cup \left[\frac{7\pi}{4} ; 2\pi \right]$$



« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien

