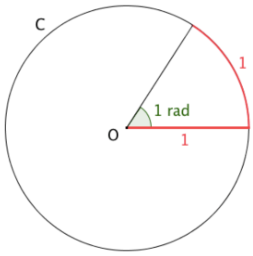
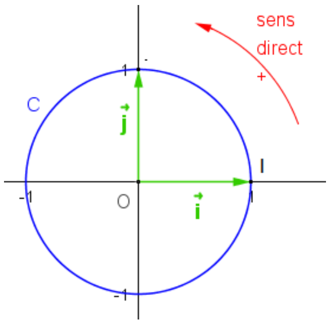
TRIGONOMÉTRIE1

I) Le radian et le cercle trigonométrique :



1) Soit un cercle C de centre O et de rayon 1.
On appelle <u>radian</u>, noté *rad*, la mesure de l'angle au centre qui intercepte un arc de longueur 1 du cercle.

2) on appelle cercle trigonométrique tout cercle de centre O et de rayon 1 muni d'un point d'origine I et d'un sens de parcours appelé direct (sens contraire au sens des aiguilles d'une montre)



3) Les mesures en radian et en degré d'un même angle sont proportionnelles

• Si x est la mesure d'un angle en radian et y sa mesure en degré alors : $\frac{x}{\pi}=\frac{y}{180}$

4) <u>Correspondance degrés et radians</u>

Ainsi, à 2π radians (tour complet), on fait correspondre un angle de 360°.
Par proportionnalité, on obtient les correspondances suivantes :

Mesure en radians x rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π
Mesure en degrés y°	0	30°	45°	60°	90°	180°	360°

II) Les abscisse curviligne d'un point sur le cercle trigonométrique

1) soit M un point du cercle trigonométrique d'origine I
Et soit α la longueur de l'arc IM l(on allant de I vers M dans le sens direct) en radian
Tout réel qui s'écrit sous la forme : $\alpha+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ s'appelle abscisse curviligne de M

2) si x et x' deux abscisses curvilignes du même point M dans le cercle trigonométrique alors il existe un $k\in\mathbb{Z}$ tel que : $x-x'=2k\pi$ on écrit : $x\equiv x'[2\pi]$:Et on lit : x est congrue a x' modulo 2π

3) <u>abscisse curviligne principale</u>

parmi les abscisses curvilignes d'un point M du cercle trigonométrique une seule se situe dans l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi]$ et on l'appelle abscisse curviligne principale

III)) Relation de Chasles pour les angles orientés de deux demi-droites et de vecteurs

1)Soit $[Ox)$ et $[Oy)$ et$[Oz)$ trois demi-droites d'origine O

On a : $\overline{(Ox;Oy)}+\overline{(Oy;Oz)}\equiv\overline{(Ox;Oz)}[2\pi]$

$\overline{(Ox;Oy)}\equiv-\overline{(Oy;Ox)}[2\pi]$

2)l'angle orienté des vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans cet ordre est l'angle noté :$(\vec{u}\,;\vec{v})$

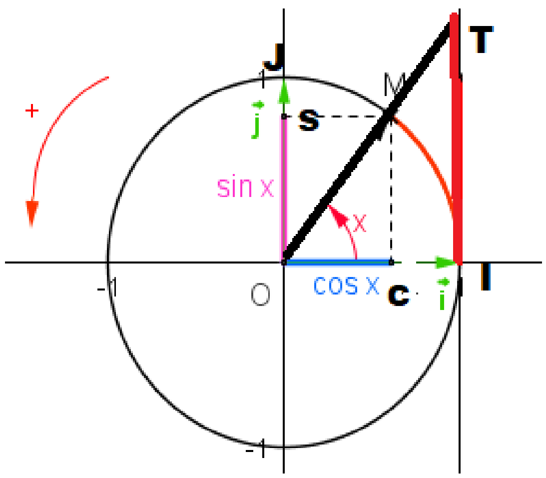
3)Pour des vecteurs non nuls, on a :

a) $\overline{(\vec{u}\,;\vec{u})}\equiv 0[2\pi]$ b) $\overline{(\vec{u}\,;-\vec{u})}\equiv\pi[2\pi]$

c)$\overline{(\vec{u}\,;\vec{v})}+\overline{(\vec{v}\,;\vec{w})}\equiv\overline{(\vec{u}\,;\vec{w})}[2\pi]$ relation de Chasles

Et on a : $(\vec{v},\vec{u})=-(\vec{u},\vec{v})+2k\pi$
$(-\vec{u},\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+\pi+2k\pi$.
$(-\vec{u},-\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+2k\pi$
$(\vec{u},-\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+\pi+2k\pi$

IV)Les rapports trigonométriques d'un nombre réel.



1)Soit (C)un cercle trigonométrique de centre O et d'origine I et Soit $x\in\mathbb{R}$ il existe un point M de (C) unique tel que x est une abscisse curviligne de M

Soit C le projeté orthogonal de M sur (OI)
Et soit S le projeté orthogonal de M sur (OJ)
- Le <u>cosinus du nombre réel</u> x est l'abscisse de M

Et on note **cos** x.

- Le <u>sinus du nombre réel</u> x est l'ordonnée de M et on note **sin** x.

-Soit (Δ) la droite tangente a (C) en I

Si $M \neq J$ et $M \neq J'$ alors la droite (OM) coupe la tangente (Δ) en un point T

Le nombre réel $\overline{IT}$ l'abscisse de T sur l'axe (Δ) est La tangente du nombre réel x et on note **tan** x.

Remarques :

✓ Les rapports trigonométriques : **cos** x *et* **sin** x *et* **tan** x. sont aussi appelés cosinus et sinus et tangente de l'angle orienté $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$

✓ tan x existe ssi $x \neq -\frac{\pi}{2}+k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$

✓La cotangente de x est le nombre réel x noté cotant x et on a : $\text{cotan}\,x = \frac{1}{\tan x}$

2)Cosinus, sinus et tangente d'angles remarquables :

x	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	**-1**
$\sin x$	**0**	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	**1**	**0**

3)Propriétés : Pour tout nombre réel x, on a :

1) $-1 \leq \cos x \leq 1$ 2) $-1 \leq \sin x \leq 1$

3) $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ 4) $\cos x = \cos(x+2k\pi)$ où $k \in \mathbb{Z}$

5) $\sin x = \sin(x+2k\pi)$ où k entier relatif

6) si $x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$ alors : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

7) si $x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$ alors : $\tan(x+k\pi) = \tan x$

8) : $1+(\tan x)^2 = \frac{1}{(\cos x)^2}$ si $x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$

9) $\cos(-x) = \cos x$ et $\sin(-x) = -\sin x$

10) $\cos(\pi+x) = -\cos x$ et $\sin(\pi+x) = -\sin x$

11) $\cos(\pi-x) = -\cos x$ et $\sin(\pi-x) = \sin x$

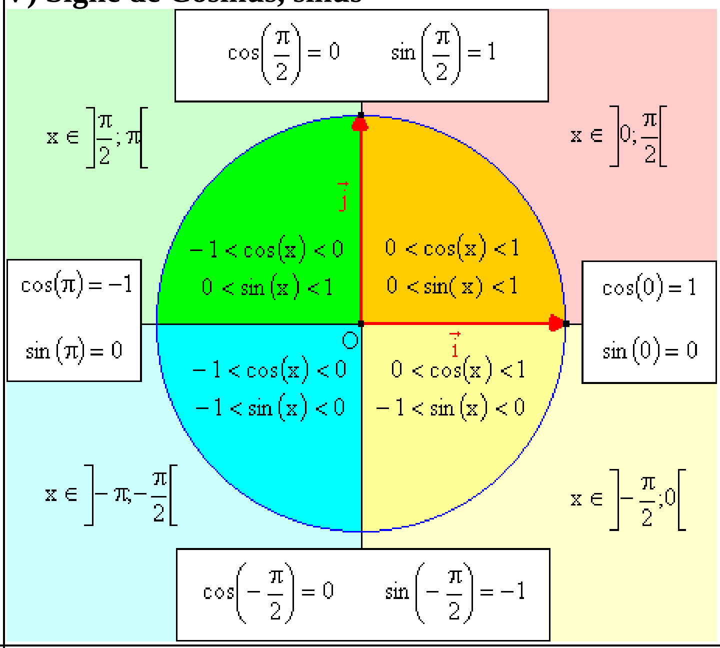
12) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -\sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = \cos x$

13) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos x$

14) $\tan(\pi-x) = -\tan x$ et $\tan(\pi+x) = \tan x$ si $x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$

15) $\tan(\pi-x) = -\tan x$ et $\tan(\pi+x) = \tan x$ si $x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$

V) Signe de Cosinus, sinus



- *Si* $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ alors $\cos x \geq 0$
- *Si* $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ alors $\cos x \leq 0$
- *Si* $0 \leq x \leq \pi$ alors $\sin x \geq 0$
- *Si* $\pi \leq x \leq 2\pi$ alors $\sin x \leq 0$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien