

Equations et inéquations et systèmes partie1

Les équations et les inéquations du premier degré à une inconnue ou deux inconnues

Exercice1: Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$1) -2x + 22 = 0 \quad 2) \quad 3(2x+5) = 6x - 1$$

$$3) 4(x-2) = 6x - 2(x+4)$$

$$4) 2x+3)^2 - (2x+3)(x-4) = 0 \quad 5) \quad x^2 - 100 = 0$$

$$6) \frac{3}{x+2} - \frac{5}{x-2} = 0 \quad 7) \frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9} = 0$$

$$8) \frac{4x+2}{x-3} = 5 \quad 9) |7x-10| = |6+3x| \quad 10) \quad x^3 - 7x = 0$$

Solution : 1) $-2x + 22 = 0$ ssi $-2x + 22 - 22 = -22$ ssi

$$-2x = -22 \text{ ssi } -2x \times \left(\frac{1}{-2}\right) = -22 \times \left(\frac{1}{-2}\right) \text{ ssi } x = 11$$

$$\text{Donc : } S = \{11\}$$

$$2) 3(2x+5) = 6x - 1 \text{ ssi } 6x + 15 = 6x - 1 \text{ ssi}$$

$$6x - 6x = -1 - 15$$

$$\text{ssi } 0x = -16 \text{ ssi } 0 = -16 \text{ ceci est impossible}$$

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est : $S = \emptyset$

$$3) 4(x-2) = 6x - 2(x+4)$$

$$\text{ssi } 4x - 8 = 6x - 2x - 8 \text{ ssi } 4x - 4x + 8 - 8 = 0$$

ssi $0 = 0$ Donc l'ensemble de toutes les Solutions est :

$$S = \mathbb{R}$$

$$4) (2x+3)^2 - (2x+3)(x-4) = 0$$

ce qui est équivalent à : $(2x+3)(2x+3 - x+4) = 0$

ce qui est équivalent à : $(2x+3)(x+7) = 0$

Les Solutions sont $-3/2$ ou -7 .

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est :

$$S = \{-7; -3/2\}$$

$$5) \quad x^2 - 100 = 0$$

$$x^2 - 100 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10^2 = 0$$

C'est une identité remarquable de la forme :

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, donc

$$x^2 - 100 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 10)(x + 10) = 0$$

$$\therefore \Leftrightarrow x = 10 \text{ ou } x = -10$$

$$\text{D'où : } S = \{-10; 10\}$$

$$6) \frac{3}{x+2} - \frac{5}{x-2} = 0$$

Cette équation n'existe pas

si $x+2 = 0$ et si $x-2 = 0$. Les valeurs interdites de cette équation sont -2 et 2 . L'équation est donc définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

On commence par réduire au même dénominateur les deux fractions. Le dénominateur commun est $(x+2)(x-2)$:
Donc : $-2x - 16 = 0$ car le dénominateur ne peut pas s'annuler.

$$\Leftrightarrow -2x = 16$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = -8$$

D'où : -8 appartient à l'ensemble de définition de l'équation, donc : $S = \{-8\}$

$$7) \frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9} = 0$$

Cette équation existe si $x^2 - 9 \neq 0$

$$x^2 - 9 = 0 \text{ Équivalent à : } x^2 - 3^2 = 0 \text{ équivalent à : } (x-3)(x+3) = 0$$

Équivalent à $x+3=0$ ou $x-3=0$ équivalent à $x=-3$ ou $x=3$

Les valeurs interdites de cette équation sont -3 et 3 .

L'équation est donc définie sur $D_E = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$.

$$\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9} = 0 \text{ équivalent à } (x-7)(x+3) = 0$$

$$\text{équivalent à } x-7=0 \text{ ou } x+3=0$$

Équivalent à $x = -7 \in D_E$ ou $x = -3 \notin D_E$:

$$\text{donc : } S = \{-7\}$$

$$8) \frac{4x+2}{x-3} = 5 \text{ Cette équation n'existe pas si } x-3=0$$

$$x-3=0 \text{ équivalent à : } x=3$$

La valeur interdite de cette équation est 3 . L'équation est donc définie sur $D_E = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

$$\frac{4x+2}{x-3} = 5 \text{ équivalent à : } 4x+2 = 5(x-3) \text{ équivalent à : }$$

$$4x+2 = 5x-15$$

$$\text{équivalent à : } -x = -17 \text{ équivalent à : } x = 17$$

$$\text{donc : } S = \{17\}$$

9) $|7x - 10| = |6 + 3x|$ équivalent à $7x - 10 = 6 + 3x$ ou
 $7x - 10 = -(6 + 3x)$
équivalent à $4x = 16$ ou $10x = 4$ équivalent à $x = 4$
ou $x = 2/5$

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est :

$$S = \{4; 2/5\}$$

10) $x^3 - 7x = 0$ équivalent à : $x(x^2 - 7) = 0$ ssi
 $x = 0$ ou $x^2 - 7 = 0$
équivalent à $x = 0$ ou $x^2 = 7$ ssi $x = 0$ ou
 $x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$

$$\text{D'où : } S = \{-\sqrt{7}; 0; \sqrt{7}\}$$

Exercice2 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

a) $\frac{3x+5}{x-1} = 0$ b) $\frac{(2x+1)(x-3)}{x-4} = 0$ c)
 $\frac{x^2-9}{x+3} = 0$ d) $1 - \frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{2-x}$

Solution : a) L'équation n'est pas définie pour $x = 1$.

Pour $x \neq 1$, l'équation $\frac{3x+5}{x-1} = 0$ équivaut à :

$$3x + 5 = 0.$$

D'où $x = -\frac{5}{3}$. c a d : $S = \{-5/3\}$

b) L'équation n'est pas définie pour $x = 4$.

Pour $x \neq 4$, l'équation $\frac{(2x+1)(x-3)}{x-4} = 0$ équivaut à :

$$(2x+1)(x-3) = 0 \text{ Soit : } 2x+1=0 \text{ ou } x-3=0$$

Les Solutions sont : $x = -\frac{1}{2}$ et $x = 3$.

c a d : $S = \{-1/2; 3\}$

c) L'équation n'est pas définie pour $x = -3$.

Pour $x \neq -3$, l'équation $\frac{x^2-9}{x+3} = 0$ équivaut à :

$$x^2 - 9 = 0, \text{ soit } x^2 = 9$$

Soit encore : $x = 3$ ou $x = -3$.

Comme $x \neq -3$, l'équation a pour unique Solution : $x = 3$.

c a d : $S = \{3\}$

d) L'équation n'est pas définie pour $x = 2$ et $x = 3$.

Pour $x \neq 2$ et $x \neq 3$, l'équation $1 - \frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{2-x}$

équivaut à : $1 - \frac{x+3}{x-3} - \frac{2}{2-x} = 0$ On réduit au même

dénominateur dans le but de se ramener à une équation-quotient : $\frac{(x-3)(2-x)}{(x-3)(2-x)} - \frac{(x+3)(2-x)}{(x-3)(2-x)} - \frac{2(x-3)}{(x-3)(2-x)} = 0$
 $\frac{(x-3)(2-x) - (x+3)(2-x) - 2(x-3)}{(x-3)(2-x)} = 0$ On développe
 $\frac{2x - x^2 - 6 + 3x - 2x + x^2 - 6 + 3x - 2x + 6}{(x-3)(2-x)} = 0$
 $\frac{4x - 6}{(x-3)(2-x)} = 0$ Ce qui équivaut à $4x - 6 = 0$ et
 $(x-3)(2-x) \neq 0$

D'où $x = \frac{3}{2}$. c a d : $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

Exercice3 :1) étudier le signe de : $3x + 6$ et $-2x + 12$

Solution : a) $3x + 6 = 0$ Équivalent à : $x = -2$

$3x + 6 > 0$ Équivalent à : $x > -2$

$3x + 6 < 0$ Équivalent à : $x < -2$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$3x+6$	-	0	+

b) le signe de : $-2x + 12$ (coefficient de x négatif)

$-2x + 12$ Équivalent à : $x = 6$

$-2x + 12 > 0$ Équivalent à : $x < 6$

$-2x + 12 < 0$ Équivalent à : $x > 6$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-2x+12$	+	0	-

Exercice4 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1) $-2x + 12 > 0$ 2) $5x - 15 \leq 0$

3) $4x^2 - 9 \geq 0$ 4) $(1-x)(2x+4) > 0$

5) $\frac{5x-2}{1+3x} \geq 0$ 6) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6} \leq 0$

Solution : 1) $-2x + 12 > 0$

$-2x + 12 = 0$ équivalent à : $x = 6$ $-2 = a$ et $a < 0$
coefficients de x négatif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-2x+12$	+	0	-

Donc : $S =]-\infty; 6[$

2) $5x - 15 \leq 0$

$5x - 15 = 0$ Équivalent à : $x = 3$ $5 = a$ et $a > 0$
coefficient de x positif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$5x - 15$	-	0	+

Donc : $S =]-\infty; 3[$

3) $4x^2 - 9 \geq 0$

$4x^2 - 9 = 0$ équivalent à : $(2x)^2 - 3^2 = 0$ ssi

$(2x-3)(2x+3) = 0$

équivalent à $2x+3=0$ ou $2x-3=0$

ssi $x = \frac{-3}{2}$ ou $x = \frac{3}{2}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-3/2$	$3/2$	$+\infty$
$2x-3$	-	-	0	+
$2x+3$	-	0	+	+
$(2x-3)(2x+3)$	+	0	-	0

Donc : $S =]-\infty; -\frac{3}{2}[\cup [\frac{3}{2}; +\infty[$

4) $(1-x)(2x+4) > 0$

$(1-x)(2x+4) = 0$ Équivalent à :

$2x+4=0$ ou $1-x=0$ ssi $x=-2$ ou $x=1$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$2x+4$	-	0	+	+
$1-x$	+	+	0	-
$(2x+4)(1-x)$	-	0	+	0

Donc : $S =]-2; 1[$

5) $\frac{5x - 2}{1 + 3x} \geq 0$ (Signe d'un quotient méthode)

- Donner l'ensemble de définition.
- Rechercher les valeurs de x annulant chacun des facteurs et Dresser un tableau de signes :

Le quotient de deux nombres de même signe est positif (+).

Le quotient de deux nombres de signes différents est négatif (-).

Cette inéquation existe si $1+3x \neq 0$

$1+3x=0$ équivalent à : $x = -\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$. L'inéquation est donc définie sur $D_I = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$5x - 2 = 0$ Équivalent à : $x = \frac{2}{5}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$+\infty$
$5x-2$	-	-	0	+
$1+3x$	-	0	+	+
$\frac{5x-2}{1+3x}$	+	-	0	+

Attention à ne pas oublier la double barre pour la valeur interdite donc : $S =]-\infty; -\frac{1}{3}[\cup [\frac{2}{5}; +\infty[$

6) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6} \leq 0$

Cette inéquation existe si $2x-6 \neq 0$

$2x-6 \neq 0$ équivalent à : $x = -\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$. L'inéquation est donc définie sur $D_I = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$2x-6 \neq 0$ Équivalent à : $x \neq 3$

On a le tableau de signe suivant : $D_I = \mathbb{R} - \{3\}$

$2x+1=0$ équivalent à : $x = -\frac{1}{2}$

$5x-10=0$ équivalent à : $x = 2$

x	$-\infty$	$-1/2$	2	3	$+\infty$
$2x+1$	-	0	+	+	+
$5x-10$	-	-	0	+	+
$2x-6$	-	-	-	0	+
$\frac{(2x+1)(5x-10)}{(2x-6)}$	-	0	+	0	+

Donc : $S =]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup [2; 3[$

Exercice5 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1) $(3 - 6x)(x + 2) > 0$ 2) $\frac{2 - 6x}{3x - 2} \leq 0$

Solution : 1) Le signe de $(3 - 6x)(x + 2)$ dépend du signe de chaque facteur $3 - 6x$ et $x + 2$.

$$\begin{aligned} 3 - 6x = 0 \text{ ou } & \quad x + 2 = 0 \\ 6x = 3 \quad \text{ou} \quad & \quad x = -2 \\ x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad & \quad x = -2 \end{aligned}$$

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux facteurs.

En appliquant la règle des signes, on en déduit le signe du produit $(3 - 6x)(x + 2)$.

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$3 - 6x$	+	+	0	-
$x + 2$	-	0	+	+
$(3 - 6x)(x + 2)$	-	0	+	-

On en déduit que $(3 - 6x)(x + 2) > 0$ pour $x \in \left] -2; \frac{1}{2} \right[$.

L'ensemble des Solutions de l'inéquation

$$(3 - 6x)(x + 2) > 0 \text{ est } \left] -2; \frac{1}{2} \right[.$$

$$2) \frac{2 - 6x}{3x - 2} \notin 0.$$

L'inéquation n'est pas définie pour $3x - 2 = 0$, soit $x = \frac{2}{3}$.

Il faudra éventuellement exclure cette valeur de l'ensemble des Solutions.

Le signe de $\frac{2 - 6x}{3x - 2}$ dépend du signe des expressions $2 - 6x$ et $3x - 2$.

$$2 - 6x = 0 \text{ équivaut à } x = \frac{1}{3}.$$

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux expressions.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$2 - 6x$	+	0	-	-
$3x - 2$	-	-	0	+
$\frac{2 - 6x}{3x - 2}$	-	0	+	-

La double-barre dans le tableau signifie que le quotient n'est

$$\text{pas défini pour } x = \frac{2}{3}.$$

On en déduit que $\frac{2 - 6x}{3x - 2} \notin 0$ pour $x \in \left] -\infty; \frac{1}{3} \right[\cup \left] \frac{2}{3}; +\infty \right[$.

L'ensemble des **Solutions** de l'inéquation $\frac{2 - 6x}{3x - 2} \notin 0$ est $\left] -\infty; \frac{1}{3} \right[\cup \left] \frac{2}{3}; +\infty \right[$.

Exercice 6 : Résoudre dans \mathbb{R}^2 les équations suivantes :

$$1) 2x - y + 4 = 0 \quad 2) x - 2y + 1 = 0$$

Solution :

$$1) \text{ Résolvons dans } \mathbb{R}^2 \text{ l'équation : } 2x - y + 4 = 0$$

$$\text{On a } 2x - y + 4 = 0 \text{ équivalent à : } y = 2x + 4$$

$$\text{Donc : } S = \{(x; 2x + 4) / x \in \mathbb{R}\}$$

$$2) \text{ Résolvons dans } \mathbb{R}^2 \text{ l'équation : } x - 2y + 1 = 0$$

$$\text{On a } x - 2y + 1 = 0 \text{ équivalent à : } x = 2y - 1$$

$$\text{Donc : } S = \{(2y - 1; y) / y \in \mathbb{R}\}$$

Exercice 7 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé

$(O; \vec{i}, \vec{j})$. Résoudre graphiquement dans \mathbb{R}^2 l'équation

$$: x - y - 2 = 0$$

Solution : Résolvons graphiquement dans \mathbb{R}^2

$$\text{l'équation : } x - y - 2 = 0$$

On trace la droite (D)d'équation cartésienne :

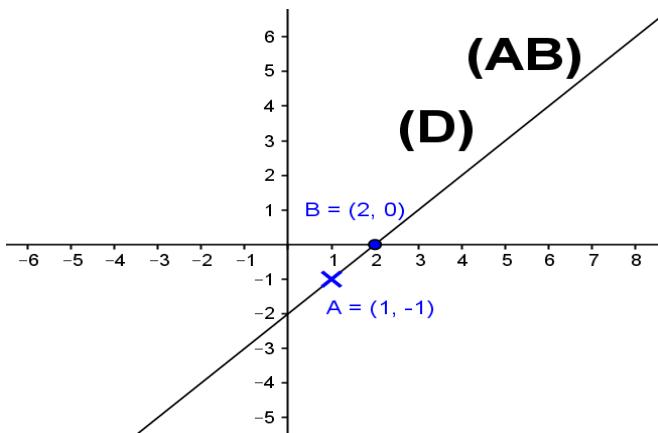
$$x - y - 2 = 0$$

$$S = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / M(x; y) \in (D)\}$$

Pour tracer la droite (D) il suffit de trouver deux points qui appartiennent à (D)

Si $x = 1$ alors : $1 - y - 2 = 0$ c ad $y = -1$ donc $A(1; -1) \in (D)$

Si $y = 0$ alors : $x - 0 - 2 = 0$ c ad $x = 2$ donc $B(2; 0) \in (D)$



Exercice 8 : 1) Résoudre dans \mathbb{R}^2 les équations suivantes :

$$\begin{array}{ll} 1) \ 2x - y + 1 = 2y - 2x + 5 & 2) \ x + 5 = y + 5 \\ 3) \ 3x + 2y - 2 = 2y - 2 & 4) \ x + y = 2x - 1 \end{array}$$

Solution : 1) On a $2x - y + 1 = 2y - 2x + 5$

équivalent à : $4x - 3y - 4 = 0$

Équivalent à : $4x = 3y + 4$ équivalent à : $x = \frac{3}{4}y + 1$

$$\text{Donc : } S = \left\{ \left(\frac{3}{4}y + 1; y \right) / y \in \mathbb{R} \right\}$$

2) On a $x + 5 = y + 5$ équivalent à : $y = x$

$$\text{Donc : } S = \{(x; x) / x \in \mathbb{R}\}$$

3) On a $3x + 2y - 2 = 2y - 2$ équivalent à : $3x = 0$

ssi $x = 0$ Donc : $S = \{(0; y) / y \in \mathbb{R}\}$

4) On a $x + y = 2x - 1$ équivalent à : $-x + y + 1 = 0$

ssi $y = x - 1$ Donc : $S = \{(x; x - 1) / x \in \mathbb{R}\}$

Si l'inégalité est au sens large, on doit « ajouter » aux points du demi-plan les points de la droite « frontière ».

Exercice 9 : Résoudre Dans \mathbb{R}^2

l'inéquation : $2x - y - 2 < 0$

Solution : De l'inéquation précédente on en déduit

$$\text{L'équation de la droite } (D) : 2x - y - 2 = 0$$

Cette droite passe par les points $A(0; -2)$ et $B(1; 0)$ détermine

Deux demi-plans P_1 et P_2

(Il nous reste à trouver lequel des deux demi plans qui est la Solution de l'inéquation.)

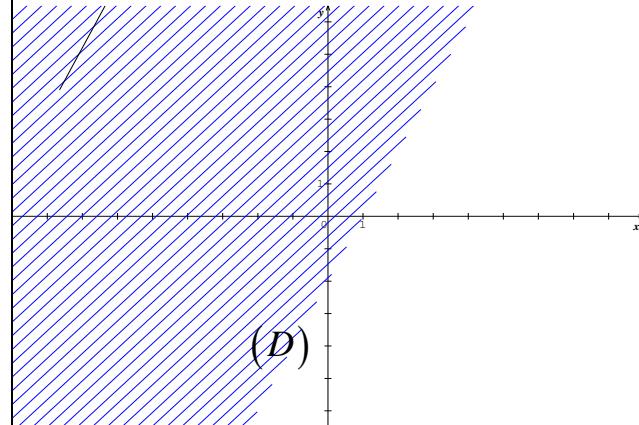
(Nous choisissons un point pris dans l'un des demi-plans, relevons ses coordonnées et nous contrôlons si ce point vérifie l'inéquation.

Conseil : On choisit, de référence, le point « O » de coordonnées $(0 ; 0)$; c'est-à-dire $x = 0$ et $y = 0$. Les calculs sont donc simplifiés. (Si la droite passe par « O », on prendra un autre point...)

Soit $O(0;0)$ On a $2 \times 0 - 0 - 2 < 0$

Donc : les coordonnes $(0 ; 0)$ vérifie l'inéquation.

Donc les Solution de l'inéquation $2x - y - 2 < 0$ est l'ensemble des couple $(x; y)$ des points $M(x; y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui contient le point $O(0;0)$ privé de la droite (D)



Exercice 10 : Résoudre Dans \mathbb{R}^2

l'inéquation : $x - y - 3 \geq 0$

Solution : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite $(D) :: x - y - 3 = 0$ détermine

Deux demi-plans P_1 et P_2

Cette droite passe par les points $A(0; -3)$ et $B(1; -2)$

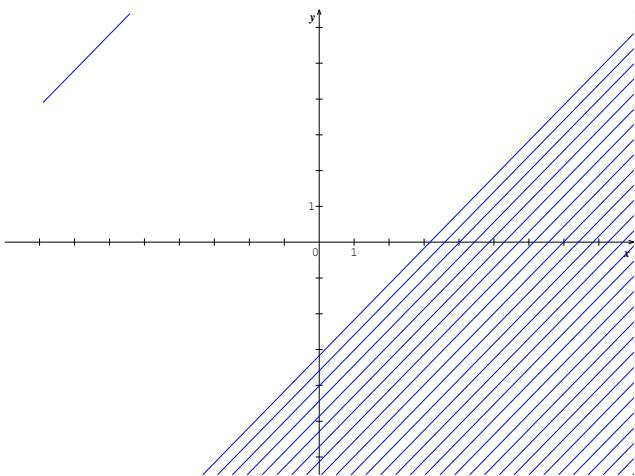
On a $0 - 0 - 3 \geq 0$ c a d $-3 \geq 0$ on constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnes $(0 ; 0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solutions de l'inéquation $x - y - 3 \geq 0$ est

l'ensemble des couple $(x; y)$ des points $M(x; y)$ du

demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $O(0;0)$



Exercice 11 : Résoudre Dans \mathbb{R}^2 l'inéquation :

$$2x - y < 0$$

Solution : De l'inéquation précédente on en déduit

$$\text{L'équation de la droite } (D) :: 2x - y = 0$$

Cette droite passe par les points $O(0;0)$ et

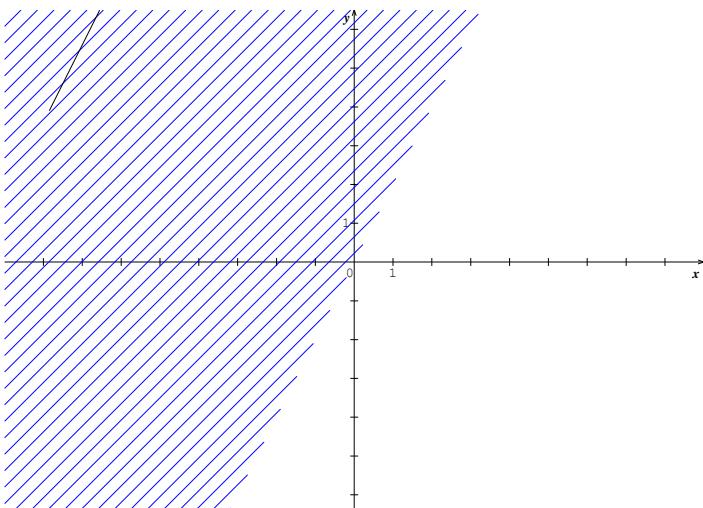
$$A(1;2) \text{ détermine Deux demi-plans } P_1 \text{ et } P_2$$

on prendra un autre point $B(1;1)$

On a $2 \times 1 - 1 < 0$ c a d $1 < 0$ on constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnées $(1;1)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solution de l'inéquation $x - y - 3 \geq 0$ est l'ensemble des couple $(x; y)$ des points $M(x; y)$ du demi-plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $(1;1)$



Exercice 12 : Résoudre Dans \mathbb{R}^2

$$\text{l'inéquation : } 3x + 2y < 2x + 2y - 1$$

Solution :

$$3x + 2y < 2x + 2y - 1 \text{ ssi}$$

$$3x - 2x + 2y - 2y + 1 < 0$$

$$\text{ssi } x + 1 < 0$$

Dans un premier temps : De l'inéquation précédente on en déduit

$$\text{L'équation de la droite } (D) : x + 1 = 0 \text{ SSI } x = -1$$

Cette droite est parallèle à l'axe des ordonnée passant par le point $(-1;0)$ et détermine Deux demi-plans P_1 et P_2

$$\text{Soit } O(0;0) \text{ On a } 0 + 1 < 0 \text{ ssi } 1 < 0$$

On constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnées $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solutions de l'inéquation $x + 1 < 0$ est l'ensemble des couple $(x; y)$ des points $M(x; y)$ du demi-plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $O(0;0)$



Exercice 13: Résoudre Dans \mathbb{R}^2 le système

$$\text{d'inéquations suivant : } (S) \begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ -x + 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$$

Solution : L'équation de la droite (D_1) : $x + y - 1 = 0$

L'équation de la droite (D_2) : $-x + 2y + 2 = 0$

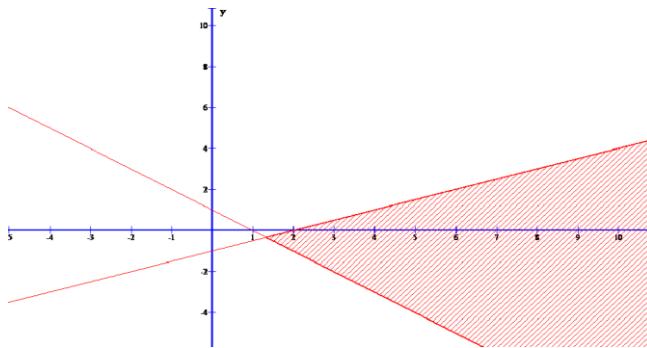
Soit $O(0;0)$ On a $0 + 0 - 1 \geq 0$ ssi $-1 \geq 0$ Donc : les coordonnées $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

$$x + y - 1 \geq 0$$

Soit $O(0;0)$ On a $-0+2 \times 0 + 2 \leq 0$ ssi $2 \leq 0$

Donc : les coordonnées $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $-x + 2y + 2 \leq 0$

Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple $(x; y)$ des points $M(x; y)$ du plan colorés



Exercice14 : Résoudre Dans \mathbb{R}^2 le système

d'inéquations suivant : $(S) \begin{cases} 2x + y - 3 \geq 0 \\ -x + y + 5 \leq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$

Solution : L'équation de la droite (D_1) : $2x + y - 3 = 0$

L'équation de la droite (D_2) : $-x + y + 5 = 0$

L'équation de la droite (D_3) : $x - 4 = 0$

Soit $O(0;0)$ On a $2 \times 0 + 0 - 3 \geq 0$ ssi $-3 \geq 0$

Donc : les coordonnées $O(0;0)$ ne vérifie pas

l'inéquation. $2x + y - 3 \geq 0$

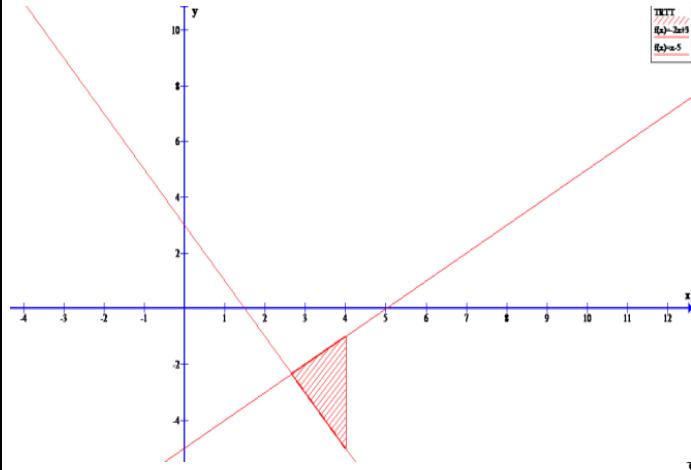
Soit $O(0;0)$ On a $-0 + 0 + 5 \leq 0$ ssi $5 \leq 0$ Donc : les

coordonnées $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

$$-x + y + 5 \leq 0$$

Soit $O(0;0)$ On a $0 \leq 4$ Donc : les

coordonnées $O(0;0)$ vérifie l'inéquation. $x \leq 4$



Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple $(x; y)$ des points $M(x; y)$ du plan colorés

Exercice15 : Résoudre le système :

$$\begin{cases} 3x + 2y - 6 < 0 & (1) \\ x - 2y + 2 < 0 & (2) \\ 4x - 3y + 12 > 0 & (3) \end{cases}$$

Solution : Etant donnés deux axes de coordonnées « O x » et « O y » nous allons déterminer dans quelle région du plan se trouvent les points « M » dont les coordonnées satisfont à ces trois inéquations.

Pour cela construisons les droites qui ont respectivement pour équations :

$$(1) \quad 3x + 2y - 6 = 0 \quad (D)$$

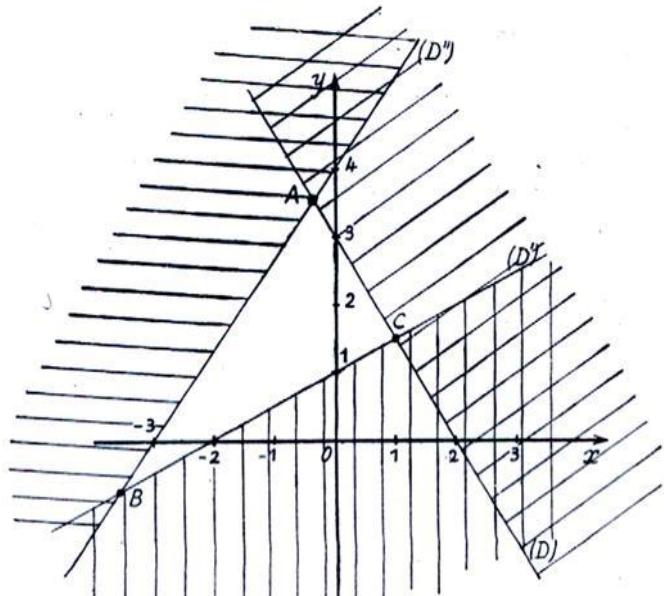
$$(2) \quad x - 2y + 2 = 0 \quad (D')$$

$$(3) \quad 4x - 3y + 12 = 0 \quad (D'')$$

Pour que l'inéquation (1) soit satisfait il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui contient l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation est satisfait).

Pour que l'inéquation (2) soit satisfait il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui ne contient pas l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation n'est pas satisfait).

Enfin pour que l'inéquation (3) soit satisfait il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui contient l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation est satisfait).



Finalement, on voit que « M » doit être à l'intérieur du triangle ABC formé par les 3 droites (D) ; (D') ; (D'') .

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et Exercices

Que l'on devient un mathématicien