

Les équations et les inéquations du 2iém degré à une inconnue

1) équation du second degré à une inconnue.

Une équation du second degré à une inconnue est une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où a , b et c sont des réels avec $a \neq 0$. Une solution de cette équation s'appelle une racine du trinôme $ax^2 + bx + c$.

2) Résolution d'une équation du second degré à une inconnue.

a) Les solutions dans \mathbb{R} de l'équation $x^2 = a$ (Dépendent du signe de a)

- Si $a < 0$, alors l'équation n'a pas de solution.
- Si $a = 0$, alors l'équation possède une unique solution qui est 0.

• Si $a > 0$, alors l'équation possède deux solutions qui sont \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$

b) Soit le trinôme $ax^2 + bx + c$

avec $a \neq 0$.

✓ Le trinôme peut s'écrire sous la forme dite la forme canonique :

$$ax^2 + bx + c = a \left[(x - \alpha)^2 + \beta \right]$$

c) soit l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où a , b et c sont des réels avec $a \neq 0$ et soit $\Delta = b^2 - 4ac$ son discriminant

- Si $\Delta < 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution réelle c a d : $S = \emptyset$

Et on ne peut pas factoriser le trinôme $ax^2 + bx + c$

- Si $\Delta = 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a une seule solution (dite double) : $x_0 = -\frac{b}{2a}$ c a d : $S = \{x_0\}$ et le trinôme

$ax^2 + bx + c$ a une forme factorisée : $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$

- Si $\Delta > 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions distinctes : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

c a d : $S = \{x_1; x_2\}$

Et le trinôme $ax^2 + bx + c$ a une forme factorisée :

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

c) soit le trinôme $ax^2 + bx + c$ tel que son discriminant $\Delta > 0$. Si x_1 et x_2 sont les racines du trinôme alors :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{et} \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

d) le système : $(I) \begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$ où les s , p sont des réels

donnés admet une solution dans \mathbb{R}^2 ssi $s^2 - 4p \geq 0$ et dans ce cas x , y sont solutions de l'équation $x^2 - sx + p = 0$

e) le discriminant réduit d'un trinôme.

Soit le trinôme $ax^2 + bx + c$

Si b est pair c a d $b = 2b'$ on parle du discriminant réduit $\Delta' = b'^2 - ac$ et on a :

- Si $\Delta' < 0$: pas de solution réelle c a d : $S = \emptyset$

- Si $\Delta' = 0$: L'équation a une seule solution (dite double) : $x_0 = -\frac{b'}{a}$.

- Si $\Delta' > 0$: L'équation a deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$$

3) Inéquation du second degré à une inconnue.

Résumé :

➤ Si $\Delta > 0$ le trinôme $ax^2 + bx + c$ est du signe de a à l'extérieur des racines et le signe contraire de a entre les racines

| x | $-\infty$ | x_1 | x_2 | $+\infty$ |
|--------|--------------|-------|---------------|--------------|
| $f(x)$ | Signe de a | 0 | Signe de $-a$ | Signe de a |

➤ Si $\Delta < 0$: le trinôme $ax^2 + bx + c$ est du signe de a

| x | $-\infty$ | $+\infty$ |
|--------|--------------|-----------|
| $f(x)$ | Signe de a | |

Si $\Delta = 0$: le trinôme $ax^2 + bx + c$ est du signe de a

| x | $-\infty$ | x_0 | $+\infty$ |
|--------|--------------|-------|--------------|
| $f(x)$ | Signe de a | 0 | Signe de a |

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

