

## La droite dans le plan

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

### Exercice 01 :

- Etudier la colinéarité de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  dans les cas suivants :
  - $\vec{u}(3;7)$  ;  $\vec{v}(1;2)$ .
  - $\vec{u}(\sqrt{3};-1)$  ;  $\vec{v}(\frac{1}{2};\sqrt{2})$ .
- Etudier l'alignement des points  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans les cas suivants :
  - $A(-4;2)$  ;  $B(5;1)$  ;  $C(11;3)$ .
  - $A(-2;3)$  ;  $B(3;-1)$  ;  $C(7;-4)$ .

### Exercice 02 :

- Construire la droite  $(D)$  passant par  $A(0;1)$  et dirigé par  $\vec{u}(1;1)$ .
- Construire la droite  $(\Delta)$  passant par  $B(-1;1)$  et de vecteur directeur  $\vec{v}(-1;2)$ .
- Déterminer les vecteurs directeurs de l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

### Exercice 03:

Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(D)$  passant par  $A$  et dirigé par  $\vec{u}$  dans les cas suivants :

- $A(-1;2)$  ;  $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ .
- $A(2;-3)$  ;  $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j}$ .
- $A(1;0)$  ;  $\vec{u}(5;-7)$ .

### Exercice 04:

Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(D)$  passant par  $A$  et dirigé par  $\vec{u}$  dans les cas suivants :

- $A(-1;2)$  ;  $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ .
- $A(2;-3)$  ;  $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j}$ .
- $A(1;0)$  ;  $\vec{u}(5;-7)$ .

### Exercice 05 :

Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(D)$  définie par sa représentation paramétrique dans les cas suivants :

- $(D) : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .
- $(D) : \begin{cases} x = -2k \\ y = \frac{5}{2} + 3k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$ .

### Exercice 06 :

Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(D)$  définie par son équation cartésienne dans les cas suivants :

- $(D) : 3x - 2y + 2 = 0$ .
- $(D) : 2x + 3y - 2 = 0$ .
- $(D) : x + 2y = 0$ .
- $(D) : -7x - 3y + 6 = 0$ .

### Exercice 07 :

Soient  $A(-6;-1)$  ;  $B(2;3)$  et  $C(9;6)$  trois points dans le plan, déterminer une représentation paramétrique et une équation cartésienne des droites suivantes  $(AB)$ ,  $(AC)$  et  $(BC)$ .

### Résumé du cours

- Repère du plan : Deux droites  $D(O,I)$  et  $D(O,J)$  gradués et sécantes et qui ont la même origine constituent un repère noté  $(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$ .

La droite  $D(O,I)$  s'appelle l'axe des abscisses.

La droite  $D(O,J)$  s'appelle l'axe des ordonnées.

On dit que le plan est muni du repère  $(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$ .

Le couple  $(\vec{OI}, \vec{OJ})$  s'appelle base du plan.

Si  $(OI)$  et  $(OJ)$  sont orthogonaux, on dit que

$(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$  est orthogonal.

Si  $(OI) \perp (OJ)$  et  $\|\vec{OI}\| = \|\vec{OJ}\| = 1$ , on dit que  $(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$  est orthonormé.

- Coordonnées d'un point- Coordonnées d'un vecteur

-Soit  $M$  un point du plan, si  $A$  est le projeté du point  $M$  sur  $D(O, \vec{i})$  parallèlement à  $D(O, \vec{j})$  alors

$\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB}$  avec  $\vec{OA} = x\vec{i}$  et  $\vec{OB} = y\vec{j}$ . Le couple

$(x, y)$  s'appelle les coordonnées du point  $M$  (ou du vecteur  $\vec{OM}$ ) noté par  $M(x, y)$ .

-Si  $A(x_A, y_A)$  et  $B(x_B, y_B)$  alors :

$$\vec{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A).$$

-Si  $I$  est le milieu de  $[AB]$  alors :

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right).$$

- Norme d'un vecteur-Distance de deux points

-Si  $\vec{u}(x, y)$  est un vecteur, alors  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

-Si  $A(x_A, y_A)$  et  $B(x_B, y_B)$  alors :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

- Colinéarité de deux vecteurs

-Déterminant de deux vecteurs  $\vec{u}(x_1, y_1)$  et  $\vec{v}(x_2, y_2)$  est le réel  $x_1y_2 - x_2y_1$ , noté par :

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix}.$$

-Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires ssi  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ .

- Une droite définie par un point et un vecteur directeur

$$\mathcal{D}(A, \vec{u}) = \{M \in \mathcal{P} / \det(\vec{AM}, \vec{u}) = 0\}$$

- Représentation paramétrique d'une droite :

Le système  $\begin{cases} x = x_A + t\alpha \\ y = y_A + t\beta \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  est appelé

représentation paramétrique de la droite  $\mathcal{D}(A, \vec{u})$

passant par  $A(x_A, y_A)$  et de vecteur directeur  $\vec{u}(\alpha, \beta)$ .

- Equation cartésienne d'une droite :

-Soit  $M(x, y) \in \mathcal{D}(A, \vec{u})$  alors  $\det(\vec{AM}, \vec{u}) = 0$  équivaut à une équation de la forme  $ax + by + c = 0$  tel que :

$$(a, b) = (-b, a) \text{ et } c = -ax_A - by_A.$$

- Positions relatives de deux droites :

- $\mathcal{D}(A, \vec{u})$  et  $\mathcal{D}(B, \vec{v})$  sont parallèles ssi  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

- $(D) : ax + by + c = 0$  et  $(\Delta) : a'x + b'y + c' = 0$  sont parallèles si et seulement si  $ab' - a'b = 0$ .

-Si les droites  $(D)$  et  $(\Delta)$  sont sécantes alors le point d'intersection est la solution du système :

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

## La droite dans le plan

prof: atmani najib

### Exercice 08 :

Etudier l'intersection de deux droites  $(D)$  et  $(D')$  dans les cas suivants :

- 1)  $(D) : \begin{cases} x = 4 - 3k \\ y = 1 + 2k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$  et  $(D') : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .
- 2)  $(D) : 2x - y + 3 = 0$  et  $(D') : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .
- 3)  $(D) : 2x + y - 3 = 0$  et  $(D') : x - y + 1 = 0$ .

### Exercice 09 :

Soient  $A(-2; -1)$  et  $B(\frac{1}{2}; -2)$  deux points dans le plan.

- 1) A) Donner une équation cartésienne de la droite  $(AB)$ .  
B) Déterminer le couple des coordonnées de point  $I$  l'intersection de la droite  $(AB)$  et l'axe des abscisses.
- 2) Soit  $(\Delta)$  la droite définie par sa représentation paramétrique suivante :

$$(\Delta) : \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -4 + 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

- A) Etablir que le point  $B$  appartient à la droite  $(\Delta)$ .
- B) Donner une équation cartésienne de la droite  $(\Delta)$ .
- 3) Construire les droites  $(\Delta)$  et  $(AB)$ .

### Exercice 10 :

Soit  $ABC$  un triangle dans le plan.

- 1) Construire les points  $L$ ,  $M$  et  $N$  tel que :  $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  ;  $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MA}$  ;  $\overrightarrow{CL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$ .
- 2) Déterminer les coordonnées des points  $L$ ,  $M$  et  $N$  dans le repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .
- 3) Ecrire une équation cartésienne de la droite  $(LM)$ .
- 4) Montrer que les points  $L$ ,  $M$  et  $N$  sont alignés.

### Exercice 11 :

Soient  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $\vec{u}(5, 2)$ ,  $(D) : 2x - 3y + 1 = 0$  et  $(D_m) : (m - 1)x - 2my + 3 = 0$  avec  $m \in \mathbb{R}$ .

- 1) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(\Delta)$  passant par  $A$  et de vecteur directeur  $\vec{u}$ .
- 2) Vérifier que  $(D)$  et  $(\Delta)$  sont sécantes et déterminer leur intersection.  
A) Déterminer la valeur de  $m$  pour que  $(D)$  et  $(D_m)$  soient en parallèle.  
B) Déterminer la valeur de  $m$  pour que  $B \in (D_m)$ .
- 3) A) Construire  $(D_0)$ ,  $(D_1)$  et  $(D_2)$ .  
B) Montrer que toutes les droites  $(D_m)$  passent par le point  $C(3, \frac{3}{2})$ .

### Exercice 12 :

Soit  $ABCD$  un trapèze a bases  $[AB]$  et  $[CD]$ ,  $I$  le point d'intersection de ses diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$ ,  $J$  le point d'intersection de ses côtés  $[AD]$  et  $[BC]$ .

On munit le plan d'un repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  et on pose  $x_C = a$  (l'abscisse de point  $C$ ).

- 1) Donner des équations cartésiennes des droites  $(AC)$  et  $(BD)$  puis vérifier que  $(\frac{a}{a+1}; \frac{1}{a+1})$  est le couple des coordonnées de point  $I$ .
- 2) Donner des équations cartésiennes des droites  $(AD)$  et  $(BC)$  puis déterminer le couple des coordonnées de point  $J$ .

prof: atmani najib