

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

### Exercice 01 :

1) Etudier la colinéarité de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  dans les cas suivants :

A)  $\vec{u}(3;7)$  ;  $\vec{v}(1;2)$ .

B)  $\vec{u}(\sqrt{3};-1)$  ;  $\vec{v}\left(\frac{1}{2};\sqrt{2}\right)$ .

2) Etudier l'alignement des points  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans les cas suivants :

A)  $A(-4;2)$  ;  $B(5;1)$  ;  $C(11;3)$ .

B)  $A(-2;3)$  ;  $B(3;-1)$  ;  $C(7;-4)$ .

### Exercice 02 :

1) Construire la droite  $(D)$  passant par  $A(0;1)$  et dirigé par  $\vec{u}(1;1)$ .

2) Construire la droite  $(\Delta)$  passant par  $B(-1;1)$  et de vecteur directeur  $\vec{v}(-1;2)$ .

3) Déterminer les vecteurs directeurs de l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

### Exercice 03:

Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(D)$  passant par  $A$  et dirigé par  $\vec{u}$  dans les cas suivants :

1)  $A(-1;2)$  ;  $\vec{u}=3\vec{i}+4\vec{j}$ .

2)  $A(2;-3)$  ;  $\vec{u}=\vec{i}-2\vec{j}$ .

3)  $A(1;0)$  ;  $\vec{u}(5;-7)$ .

### Exercice 04:

Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(D)$  passant par  $A$  et dirigé par  $\vec{u}$  dans les cas suivants :

1)  $A(-1;2)$  ;  $\vec{u}=3\vec{i}+4\vec{j}$ .

2)  $A(2;-3)$  ;  $\vec{u}=\vec{i}-2\vec{j}$ .

3)  $A(1;0)$  ;  $\vec{u}(5;-7)$ .

### Exercice 05 :

Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(D)$  définie par sa représentation paramétrique dans les cas suivants :

1)  $(D): \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ .

2)  $(D): \begin{cases} x = -2k \\ y = \frac{5}{2} + 3k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$ .

### Exercice 06 :

Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(D)$  définie par son équation cartésienne dans les cas suivants :

1)  $(D): 3x - 2y + 2 = 0$ .

2)  $(D): 2x + 3y - 2 = 0$ .

3)  $(D): x + 2y = 0$ .

4)  $(D): -7x - 3y + 6 = 0$ .

### Exercice 07 :

Soient  $A(-6;-1)$  ;  $B(2;3)$  et  $C(9;6)$  trois points dans le plan, déterminer une représentation paramétrique et une équation cartésienne des droites suivantes  $(AB)$ ,  $(AC)$  et  $(BC)$ .

### Résumé du cours

o **Repère du plan** : Deux droites  $D(O,I)$  et  $D(O,J)$  graduées et sécantes et qui ont la même origine constituent un repère noté  $(O, \vec{O}I, \vec{O}J)$ .

**La droite  $D(O,I)$**  s'appelle l'axe des abscisses.

**La droite  $D(O,J)$**  s'appelle l'axe des ordonnées.

On dit que le plan est muni du repère  $(O, \vec{O}I, \vec{O}J)$ .

Le couple  $(\vec{O}I, \vec{O}J)$  s'appelle base du plan.

Si  $(OI)$  et  $(OJ)$  sont orthogonaux, on dit que  $(O, \vec{O}I, \vec{O}J)$  est orthogonal.

Si  $(OI) \perp (OJ)$  et  $\| \vec{O}I \| = \| \vec{O}J \| = 1$ , on dit que  $(O, \vec{O}I, \vec{O}J)$  est orthonormé.

o **Coordonnées d'un point- Coordonnées d'un vecteur**

-Soit  $M$  un point du plan, si  $A$  est le projeté du point  $M$  sur  $D(O,I)$  parallèlement à  $D(O,J)$  alors

$\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB}$  avec  $\vec{OA} = x\vec{i}$  et  $\vec{OB} = y\vec{j}$ . Le couple  $(x,y)$  s'appelle les coordonnées du point  $M$  (ou du vecteur  $\vec{OM}$ ) noté par  $M(x,y)$ .

-Si  $A(x_A, y_A)$  et  $B(x_B, y_B)$  alors :

$$\vec{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

-Si  $I$  est le milieu de  $[AB]$  alors :

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

o **Norme d'un vecteur-Distance de deux points**

-Si  $\vec{u}(x,y)$  est un vecteur, alors  $\| \vec{u} \| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

-Si  $A(x_A, y_A)$  et  $B(x_B, y_B)$  alors :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

o **Colinéarité de deux vecteurs**

-Déterminant de deux vecteurs  $\vec{u}(x_1, y_1)$  et  $\vec{v}(x_2, y_2)$  est le réel  $x_1y_2 - x_2y_1$ , noté par :

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix}$$

-Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires ssi  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ .

o **Une droite définie par un point et un vecteur directeur**

$$D(A, \vec{u}) = \{M \in \mathcal{P} / \det(\vec{AM}, \vec{u}) = 0\}$$

o **Représentation paramétrique d'une droite :**

Le système  $\begin{cases} x = x_A + t\alpha \\ y = y_A + t\beta \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$  est appelé représentation paramétrique de la droite  $D(A, \vec{u})$  passant par  $A(x_A, y_A)$  et de vecteur directeur  $\vec{u}(\alpha, \beta)$ .

o **Equation cartésienne d'une droite :**

-Soit  $M(x, y) \in D(A, \vec{u})$  alors  $\det(\vec{AM}, \vec{u}) = 0$  équivaut à une équation de la forme  $ax + by + c = 0$  tel que :

$$(\alpha, \beta) = (-b, a) \text{ et } c = -ax_A - by_A$$

o **Positions relatives de deux droites :**

- $D(A, \vec{u})$  et  $D(B, \vec{v})$  sont parallèles ssi  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

- $(D): ax + by + c = 0$  et  $(\Delta): a'x + b'y + c' = 0$  sont parallèles si et seulement si  $ab' - a'b = 0$ .

-Si les droites  $(D)$  et  $(\Delta)$  sont sécantes alors le point d'intersection est la solution du système :

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

### Exercice 08 :

Etudier l'intersection de deux droites  $(D)$  et  $(D')$  dans les cas suivants :

1)  $(D) : \begin{cases} x = 4 - 3k \\ y = 1 + 2k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$  et  $(D') : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ .

2)  $(D) : 2x - y + 3 = 0$  et  $(D') : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ .

3)  $(D) : 2x + y - 3 = 0$  et  $(D') : x - y + 1 = 0$ .

### Exercice 09 :

Soient  $A(-2; -1)$  et  $B\left(\frac{1}{2}; -2\right)$  deux points dans le plan.

- 1) A) Donner une équation cartésienne de la droite  $(AB)$ .  
 B) Déterminer le couple des coordonnées de point  $I$  l'intersection de la droite  $(AB)$  et l'axe des abscisses.

- 2) Soit  $(\Delta)$  la droite définie par sa représentation paramétrique suivante :

$$(\Delta) : \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -4 + 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- A) Etablir que le point  $B$  appartient à la droite  $(\Delta)$ .  
 B) Donner une équation cartésienne de la droite  $(\Delta)$ .  
 3) Construire les droites  $(\Delta)$  et  $(AB)$ .

### Exercice 10 :

Soit  $ABC$  un triangle dans le plan.

- 1) Construire les points  $L$ ,  $M$  et  $N$  tel que :  $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  ;  $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MA}$  ;  $\overrightarrow{CL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$ .  
 2) Déterminer les coordonnées des points  $L$ ,  $M$  et  $N$  dans le repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .  
 3) Ecrire une équation cartésienne de la droite  $(LM)$ .  
 4) Montrer que les points  $L$ ,  $M$  et  $N$  sont alignés.

### Exercice 11 :

Soient  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $\vec{u}(5, 2)$ ,  $(D) : 2x - 3y + 1 = 0$  et  $(D_m) : (m-1)x - 2my + 3 = 0$  avec  $m \in \mathbb{R}$ .

- 1) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(\Delta)$  passant par  $A$  et de vecteur directeur  $\vec{u}$ .  
 2) Vérifier que  $(D)$  et  $(\Delta)$  sont sécantes et déterminer leur intersection.  
 A) Déterminer la valeur de  $m$  pour que  $(D)$  et  $(D_m)$  soient en parallèle.  
 B) Déterminer la valeur de  $m$  pour que  $B \in (D_m)$ .  
 3) A) Construire  $(D_0)$ ,  $(D_1)$  et  $(D_2)$ .  
 B) Montrer que toutes les droites  $(D_m)$  passent par le point  $C\left(3, \frac{3}{2}\right)$ .

### Exercice 12 :

Soit  $ABCD$  un trapèze à bases  $[AB]$  et  $[CD]$ ,  $I$  le point d'intersection de ses diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$ ,  $J$  le point d'intersection de ses côtés  $[AD]$  et  $[BC]$ .

On munit le plan d'un repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  et on pose  $x_C = a$  (l'abscisse de point  $C$ ).

- 1) Donner des équations cartésiennes des droites  $(AC)$  et  $(BD)$  puis vérifier que  $\left(\frac{a}{a+1}; \frac{1}{a+1}\right)$  est le couple des coordonnées de point  $I$ .  
 2) Donner des équations cartésiennes des droites  $(AD)$  et  $(BC)$  puis déterminer le couple des coordonnées de point  $J$ .