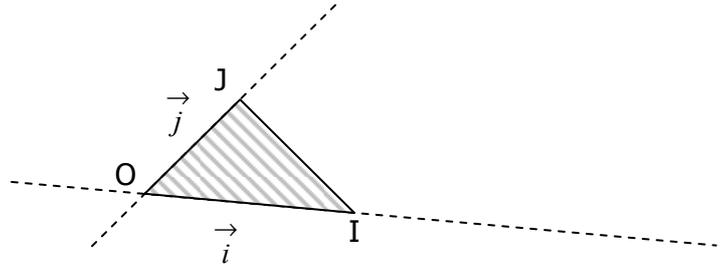


Professeur : Rachid BELEMOU	COURS	Niveau : TCT - BIOF
Lycée : Oued Eddahab	La droite dans le plan	Année : 2017-2018

1. REPERE DU PLAN

a. Définition



$(\vec{i}; \vec{j})$ en posant : $\vec{OI} = \vec{i}$ et $\vec{OJ} = \vec{j}$. Soit O, I, J

Remarque :

Si OIJ est un triangle isocèle rectangle en O, alors le Repère est OrthoNormé (R.O.N.)

b. Repérage d'un point

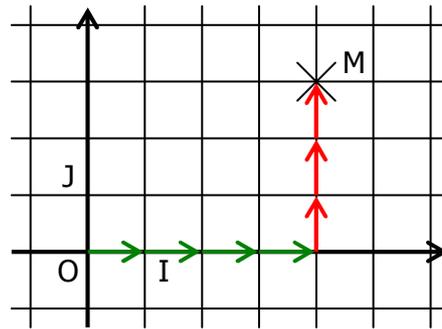
On repère un point M par le « trajet » qui mène à lui à partir de l'origine, en exprimant le vecteur \vec{OM} en fonction des vecteurs unitaires \vec{OI} et \vec{OJ} .

Si $\vec{OM} = x\vec{OI} + y\vec{OJ}$, alors x et y sont les coordonnées de M et on note M(x ; y).

Exemple :

Dans le repère (O, I, J) on a M(4 ; 3)

4 est l'abscisse de M
3 est l'ordonnée de M



2. COORDONNEES D'UN VECTEUR DANS UN R.O.N.

a. Définition

Soit (O, I, J) un repère du plan.

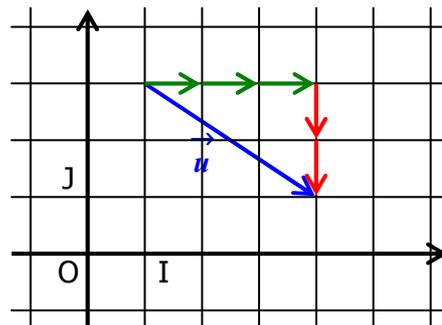
Pour tout vecteur \vec{u} , il existe un couple (x ; y) tel que $\vec{u} = x\vec{OI} + y\vec{OJ}$ que l'on appelle ses coordonnées. Les notations suivantes sont équivalentes :

- $\vec{u}(x ; y)$
- $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Exemple :

Dans le repère (O, I, J) on a $\vec{u}(3 ; -2)$

3 est l'abscisse de \vec{u}
-2 est l'ordonnée de \vec{u}



b. Égalité vectorielle

Soit deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

$$\vec{u} = \vec{v} \text{ si et seulement si } \begin{cases} x = x' \\ \text{et} \\ y = y' \end{cases}$$

c. Opérations sur les vecteurs

Soit deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, et λ un nombre réel. Alors on a :

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix} \quad \vec{u} - \vec{v} \begin{pmatrix} x - x' \\ y - y' \end{pmatrix} \quad \lambda \vec{u} \begin{pmatrix} \lambda x \\ \lambda y \end{pmatrix}$$

d. Calcul des coordonnées d'un vecteur \vec{AB}

Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points distincts.

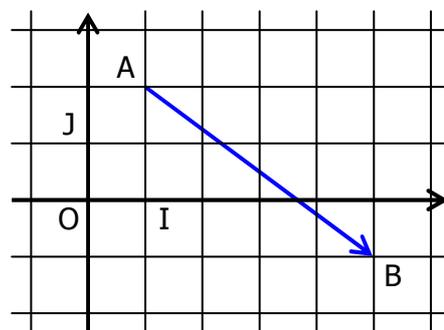
Alors le vecteur \vec{AB} a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Exemple :

Si $A(2; 1)$ et $B(5; -1)$

Alors $\vec{AB} \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ -1 - 1 \end{pmatrix}$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$



e. Milieu d'un segment

Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points.

Alors le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$

3. VECTEURS COLINEAIRES.

Théorème : $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $xy' - x'y = 0$

$\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ sont colinéaires.

$xy' - x'y = 3 \times 4 - 2 \times 6 = 12 - 12 = 0$ donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

4. DISTANCE ENTRE DEUX POINTS DANS UN REPERE ORTHONORME.

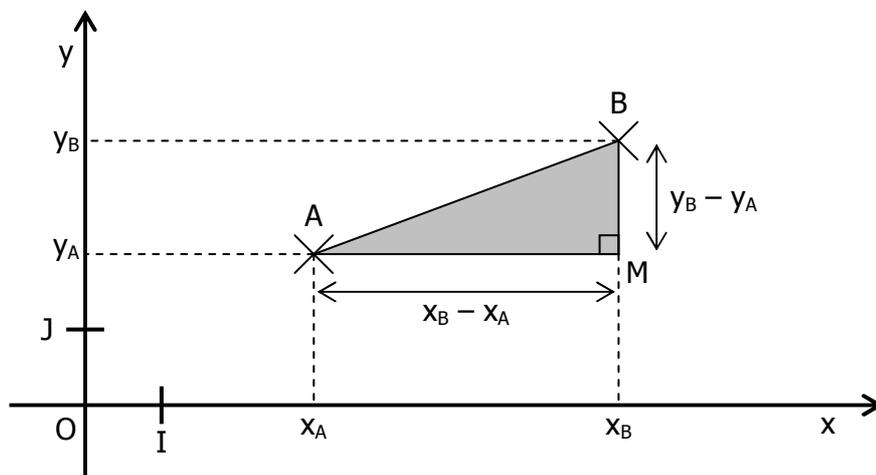
Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points situés dans un repère **orthonormé** du plan.

En appliquant le théorème de Pythagore au triangle rectangle ABM , on a :

$$AB^2 = AM^2 + BM^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$



Professeur : Rachid BELEMOU	COURS	Niveau : TCT - BIOF
Lycée : Oued Eddahab	La droite dans le plan	Année : 2017-2018

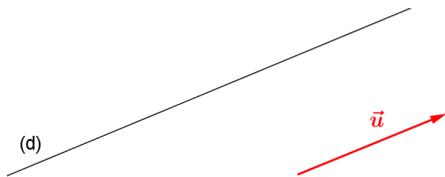
Equations cartésiennes d'une droite

6) Vecteur directeur d'une droite :

a) Définition

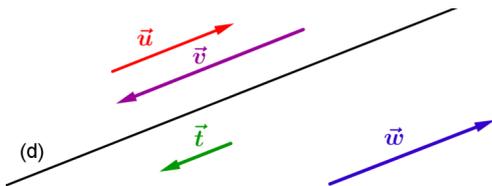
Soit (d) une droite du plan.

Un vecteur directeur d'une droite (d) est un vecteur non nul \vec{u} qui possède la même direction que la droite (d) .



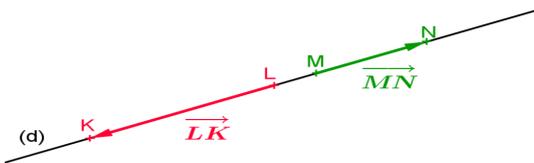
Exemple 1 :

Toute droite possède une infinité de vecteurs directeurs.



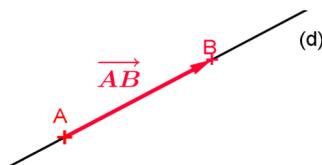
Remarque : Soit \vec{u} un vecteur directeur de la droite (d) . Tout vecteur non nul et colinéaire au vecteur \vec{u} est aussi vecteur directeur de cette droite.

Exemple 2 :

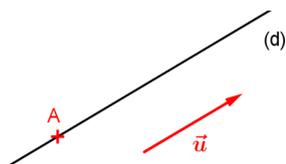


Remarques :

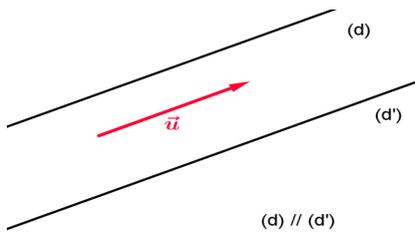
- Deux points distincts quelconques de la droite (d) définissent un vecteur directeur de cette droite.



- La donnée d'un point A et d'un vecteur \vec{u} non nul définissent une unique droite (d) .



- Deux droites (d) et (d') sont parallèles si tout vecteur directeur de l'une est aussi vecteur directeur de l'autre.



7) Equations cartésiennes d'une droite

a) Propriété

Toute droite (d) a une équation de la forme $ax + by + c = 0$

avec $(a ; b) \neq (0 ; 0)$. Un vecteur directeur de (d) est $\vec{u}(-b ; a)$

Remarque : Une droite (d) admet une infinité d'équations cartésiennes. En effet, si $ax + by + c = 0$ est une équation cartésienne de (d), alors pour tout réel k non nul, $kax + kby + kc = 0$ est une autre équation de la même droite.

b) Propriété réciproque

L'ensemble des points M (x ; y) vérifiant l'équation : $ax + by + c = 0$ avec $(a ; b) \neq (0 ; 0)$ est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-b ; a)$

Démonstration :

c) Exemples

Exemple 1 : Déterminer l'équation cartésienne d'une droite, connaissant un point et un vecteur directeur \vec{u} \vec{u}

Soit $(O ; i ; j)$ un repère du plan

Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par le point A(1 ; -1) et de vecteur directeur $\vec{u}(-1 ; 3)$.

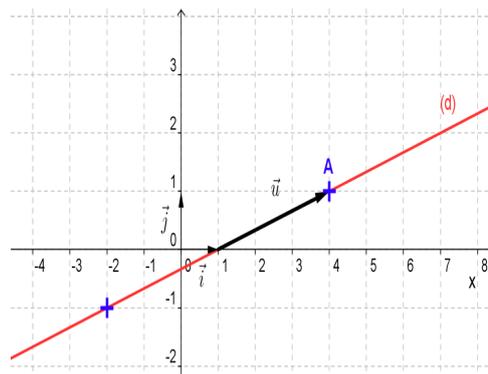
Exemple 2 : Déterminer l'équation cartésienne d'une droite connaissant deux points distincts de la droite

Soit $(O ; i ; j)$ un repère du plan.

Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par les points A (5 ; 13) et B (10 ; 23). \vec{u} \vec{u}

Exemple 3 : Déterminer l'équation cartésienne d'une droite à partir de sa représentation graphique

Soit $(O ; i ; j)$ un repère du plan. Déterminer une équation cartésienne de la droite d, tracée ci-dessous



d) Equation réduite d'une droite

Soit (d) une droite du plan.

- Si (d) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, alors il existe un unique couple de réels (m, p) tel que l'équation $y = mx + p$ soit une équation de (d) qui peut aussi s'écrire sous la forme : $mx - y + p = 0$
- Si (d) est parallèle à l'axe des ordonnées, alors il existe un unique réel c tel que l'équation $x = c$ soit une équation de (d).

Remarque : Soit (d) une droite **non parallèle à l'axe des ordonnées.**

Son équation réduite peut donc s'écrire sous la forme: $y = mx + p$.

- Nous avons vu dans les classes précédentes, que le nombre m est le **coefficient directeur de la droite (d)**.

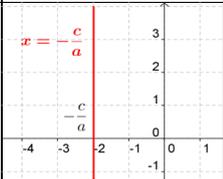
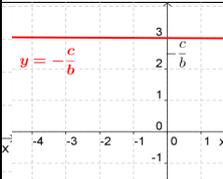
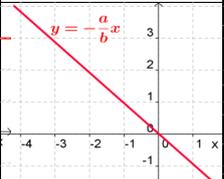
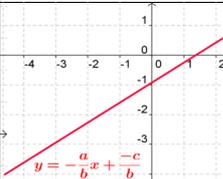
L'équation réduite peut aussi s'écrire sous la forme $mx - y + p = 0$. Un vecteur directeur de cette droite est donc $(1 ; m)$

- Cette droite (d) est la représentation graphique de la fonction affine : $f(x) = mx + p$.

Exemple:

Soit (d) la droite d'équation cartésienne: $4x + 2y + 3 = 0$

8) Récapitulatif : Equations cartésiennes et équations réduites

	Cas où $b = 0$ et $a \neq 0$	Cas où $a = 0$ et $b \neq 0$	Cas où $c = 0$ et $a \neq 0$ et $b \neq 0$	Cas où $c \neq 0$ et $a \neq 0$ et $b \neq 0$
Equation cartésienne	$ax + 0 + c = 0$ $ax + c = 0$	$0 + by + c = 0$ $by + c = 0$	$ax + by + 0 = 0$ $ax + by = 0$	$ax + by + c = 0$
Equation réduite	$x = -\frac{c}{a}$	$y = -\frac{c}{b}$	$y = -\frac{a}{b}x$	$y = -\frac{a}{b}x + -\frac{c}{b}$
Représentation graphique				

9) Positions relatives de deux droites

1) Propriété

Deux droites (d) et (d'), d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont parallèles si et seulement si : $a'b - a'b = 0$

2) Démonstration :

3) Exemples

Exemple 1 : Dans un repère du plan $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, la droite d_1 a pour équation : $2x + y - 3 = 0$ et d_2 a pour équation : $-4x - 2y + 5 = 0$. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.

Exemple 2 : Dans un repère du plan $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, la droite d_1 a pour équation : $3x + 2y - 3 = 0$ et d_2 a pour équation : $-x + 2y + 5 = 0$. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.

Remarque:

Soit la droite (d) d'équation : $y = mx + p$ et (d') : $y' = m'x + p'$
(d) et (d') sont parallèles si et seulement si $m = m'$