

La projection

Exercice1: ABC est un triangle, et soit le point M définie par : $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

- soit M_1 la projection du point M sur la droite (AC) parallèlement à la droite (BC).
 - soit M_2 la projection du point M_1 sur la droite (BC) parallèlement à la droite (AB).
 - soit M' la projection du point M_2 sur la droite (AB) parallèlement à la droite (AC).
- 1) exprimer le vecteur $\overrightarrow{BM'}$ en fonction du vecteur \overrightarrow{BA} .
 - 2) peut-on dire que les segments [AB] et [MM'] ont le même milieu ? justifier votre repense?

Exercice2: dans un triangle ABC, soient E et F deux points quelconque respectivement des droites (AB) et (AC). la droite parallèle à (CE) passant par le point F coupe la droite (AB) en E' , et la droite parallèle à la droite (BF) passant par E coupe la droite (AC) en F' .

- 1) montrer que : $AE' \times AC = AF' \times AB$.
- 2) déduire que : $(BC) // (E'F')$.

Exercice3: ABCD est un quadrilatère convexe, et O le point d'intersection de ses deux diamètres [AC] et [BD]. la droite parallèle à (BC) passant par le point O coupe la droite (AB) en E, la droite parallèle à (DC) passant par le point O coupe la droite (AB) en F.

montrer que : $(BD) // (EF)$.

Exercice4: dans un quadrilatère convexe, soit le point M définie par $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$. le point N est la projection du point M sur la droite (BC) parallèlement à la droite (AC), et le point P est la projection du point N sur la droite (CD) parallèlement à la droite (BD).

- 1) montrer que : $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$.
- 2) soit Q le point vérifiant $\overrightarrow{DQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$, montrer que MNPQ est un parallélogramme.

Exercice5: ABC est un triangle et M un point du segment [AB], soit le point M' la projection du point M sur la droite (AC) parallèlement à la droite (BC), et le point D la projection du point M' sur la droite (BC) parallèlement à la droite (AB).

montrer que : $\frac{MM'}{BC} = 1 - \frac{CD}{CB}$.

Exercice6: ABCD est un trapèze avec $\overrightarrow{DC} = \frac{10}{3} \overrightarrow{AB}$, I et J sont deux points tels que : $\overrightarrow{JA} = \frac{4}{3} \overrightarrow{JD}$ et $\overrightarrow{IA} = \frac{-4}{3} \overrightarrow{ID}$. les droites parallèles à la droite (AB) passant respectivement par I et J coupent la droite (BC) en N et Q, la droite parallèle à la droite (AD) passant par B coupe la droite (DC) en E et la droite (JQ) en H.

déterminer la valeur des nombres réels a, b et c tels que : $\overrightarrow{KN} = a \cdot \overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{EC} = c \cdot \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{HQ} = b \cdot \overrightarrow{AB}$.

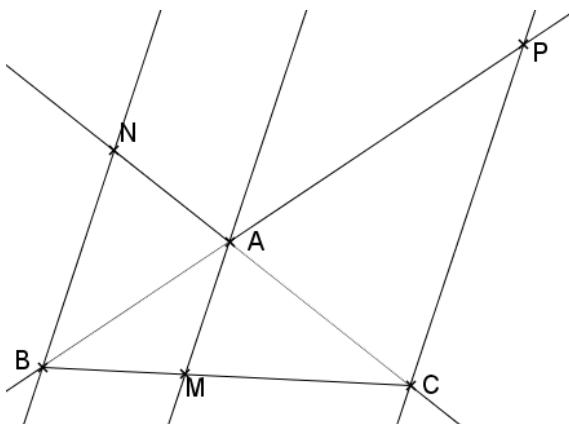
Exercice7: l'objectif de cet exercice est de démontrer le Théorème de CEVA :

ABC est un triangle et $M \in (BC)$; $N \in (AC)$ et $P \in (AB)$, distinct de A, B et C, tels que: $(AM) // (BN) // (CP)$.

- 1) montrer que : $\frac{AB}{AP} = \frac{MB}{MC}$.
- 2) montrer que : $\frac{BP}{BA} = \frac{NC}{NA}$.
- 3) déduire que : $\frac{MB}{MC} \times \frac{NC}{NA} \times \frac{PA}{PB} = 1$.

Exercice8:

ABC est un triangle et $M \in [BC]$; $N \in (AC)$ et $P \in (AB)$, distinct de A, B et C, tels que: $(AM) // (BN) // (CP)$.



- 1) montrer que : $\frac{MA}{CP} = \frac{BM}{BC}$ et $\frac{MA}{BN} = \frac{CM}{CB}$.
- 2) déduire que : $\frac{1}{AM} = \frac{1}{BN} + \frac{1}{CP}$.
- 3) en utilisant les résultats précédentes, construire un segment de longueur h à partir de deux segments de longueurs a et b, tel que : $\frac{1}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$