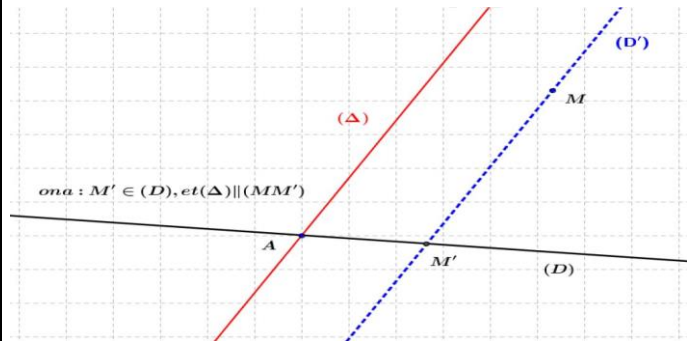


La projection dans le plan

1) La projection sur une droite parallèlement à une autre droite



a) Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes en un point A, et soit M un point du plan

La droite qui passe par M et parallèle à (Δ) coupe (D) en un point M'

le point M' s'appelle la projection du point M sur (D) parallèlement à (Δ) ou le projeté M sur

(D) parallèlement à (Δ) ou l'Image du point M par la

projection $P_{(D;\Delta)}$ sur (D) parallèlement à (Δ) et on écrit :

$$P_{(D;\Delta)}(M) = M' \text{ ou } P(M) = M'$$

la droite (Δ) s'appelle la direction de la projection

$P(M) = M'$: M' l'Image du point M par la projection P

si $B \in (D)$ alors $P(B) = B$ on dit alors que le point B est invariant par la projection P

2) Propriétés

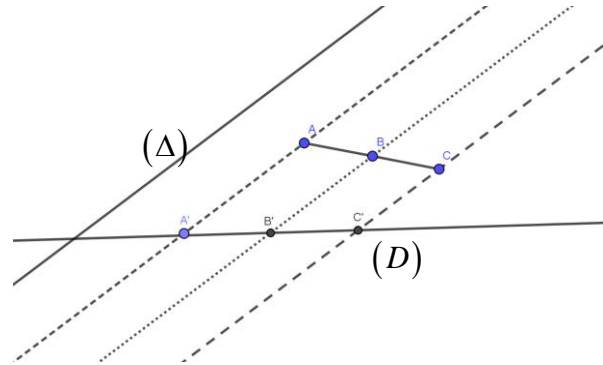
- Chaque point de (D) est confondu avec sa projection
- Est tout point confondu avec sa projection est un point de (D)
- On dit que la droite (D) est invariante par la projection sur (D) parallèlement à (Δ)
- L'image du segment $[AB]$ par la projection P est le segment $[A'B']$ et on écrit : $P([AB]) = [A'B']$

■ La projection conserve les milieux

remarque : Si les droites (D) et (Δ) sont perpendiculaires

On dit que M' est la projection orthogonale de M sur (D)

3) Théorème de Thales : Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes en un point, et soient A ; B ; C trois points alignés du plan tel que (AB) et (Δ) ne sont pas parallèles



soient A' ; B' ; C' et D' respectivement les projetés des points A ; B ; C et D sur (D)

parallèlement à (Δ)

$$\text{a) Alors : } \frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$$

b) Si : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ avec $k \in \mathbb{R}$ alors $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{A'C'}$
La projection conserve le coefficient d'alignement de trois points

c) si $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$ Alors : $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{C'D'}$
La projection conserve le coefficient de colinéarité de deux vecteurs

4) le théorème réciproque de Thales

Soient (D) et (D') deux droites non parallèles à une

troisième (Δ) , et soient A ; B deux points de la droite

(D) tel que A' et B' respectivement les projetés des points

A ; B sur (D') parallèlement à (Δ)

Si C un point de la droite (D) et C' un point de

la droite (D') tel que $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

Et les points A ; B et C sont dans le même ordre sur la droite (D) que les points A' ; B' et C' sur

la droite (D')

Alors : le point C' est la projection de C sur la droite (D') parallèlement à (Δ) et on a

$$(AA') \parallel (BB') \parallel (CC')$$

