TD : Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers

Exercice1 : compléter par : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

$-4 \ldots \mathbb{N}$; $\frac{2}{3} \ldots \mathbb{N}$; $\sqrt{2} \ldots \mathbb{N}$; $\frac{8}{2} \ldots \mathbb{N}$; $-\frac{15}{3} \ldots \mathbb{N}$; $12-32 \ldots \mathbb{N}$;

$\sqrt{25} \ldots \mathbb{N}$; $2{,}12 \ldots \mathbb{N}$; $0 \ldots \mathbb{N}^*$; $-\frac{\sqrt{100}}{3} \ldots \mathbb{N}$

$2.12 \ldots \mathbb{N}$; $\pi \ldots \mathbb{N}$; $\{1;2;7\} \ldots \mathbb{N}$; $\{4;-2;12\} \ldots \mathbb{N}$; $\mathbb{N}^* \ldots \mathbb{N}$

Exercice2 : déterminer les multiples de 9 comprises entre :23 et 59

Exercice3 : déterminer le chiffre x pour que le nombre : $\overline{532x}$ Soit divisible par 9

Exercice4 : on pose : $x = 3\times5\times7\times12$ et $y = 2\times5\times3\times5$

Sans calculer x et y monter que :

1)75 divise y

2)105 divise x

Exercice5 : $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$

Montrer que si a est pair et b impair alors la somme est un nombre impair.

Exercice6 : $a \in \mathbb{N}$

Montrer que si a est impair alors a^2 est un nombre impair

Exercice7 : $a \in \mathbb{N}$

Montrer que si a^2 est impair alors a est un nombre impair

Exercice8: Montrer que le produit de Deux nombres consécutifs est un nombre pair

Exercice9: Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$ et $m \in \mathbb{N}$

1) 375^2+648^2 2) $2n+16$ 3) $10n+5$ 4) $18n+4m+24$

5) $2n^2+7$ 6) $8n^2+12nm+3$ 7) $26n+10m+7$

8) $n^2+11n+17$ 9) $n^2+7n+20$ 10) $(n+1)^2+7n^2$

11) n^2+5n 12) n^2+8n 13) n^2+n 14) n^3-n

15) $5n^2+n$ 16) $4n^2+4n+1$ 17) $n^2+13n+17$

18) $n+(n+1)+(n+2)$

Exercice10 : $n \in \mathbb{N}$

On pose : $x = 2n+7$ et $y = 4n+2$

1) montrer que : x est impair et que y est pair

2) montrer que : $x+y$ est un multiple de 3

Exercice11 : déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100

Exercice12 : Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? justifier votre réponse ?

0 ; 1 ; 2 ; 17 ; 21 ; 41 ; 87 ; 105 ; 239 ;2787 ; 191 ;1004001

Exercice13 : décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 60 et en déduire tous les diviseurs de 60

Exercice14 : décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 1344 et en déduire le nombre de diviseurs de 1344

Exercice15 : en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers :

1. Simplifier la fraction $\frac{84}{60}$

2. Simplifier des racines carrées : $A = \sqrt{2100}$ t $B = \sqrt{63} \times \sqrt{105}$

Exercice16 : 1) décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 50 ; 360 ; 60 ;24 ;56 ;14 ; 42

2)calculer : *PGCD (50 ; 360) ; PGCD (60 ; 50)*
PGCD (56 ; 14) ; PGCD (56 ; 42) ; PGCD (24 ; 60)

Exercice17 : 1) décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 170 ; 68 ; 60 ;220 ;340

2)calculer : *PPCM (68 ; 170); PPCM (220 ; 340)*

Exercice18 : soit n est un nombre entier naturel impair

1)verifier que n^2-1 est un multiple de 8 dans cas suivants : $n=1$; $n=3$; $n=5$; $n=7$

2)montrer que n^2-1 est un multiple de 4 si n est impair

3)montrer que n^2-1 est un multiple de 8 si n est impair

4)en déduire que : n^4-1 est un multiple de 16 si n est impair

5) montrer que si n et m sont impairs alors :

n^2+m^2+6 est un multiple de 8

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien

AUTRE : Exercices

Exercice1 :

1) Donner tous les multiples de 14 inférieur à 80.
2) Donner tous les multiples de 25 compris entre 50 et 170.
3) Donner les diviseurs de chacun des nombres 8 ;36 ;24 ;30 ;2 et 5.
4) Donner tous les nombres premier inférieur à 60.
5) Est-ce que13 divise 704 ? justifier votre repense ?
6) Est-ce que 2352 est un multiple de 21 ? justifier votre réponse ?

Exercice2 : décomposer les nombres suivants en produit de puissances de facteurs premiers :
161 ; 144 ; 10000 ; 23000 ; 1080 ; 1400x49

Exercice3 : à l'aide de décomposition en facteurs premiers simplifier la fraction suivante : $\frac{612}{1530}$ et écrire :
$\sqrt{612\times1530}$ sous la forme $m\sqrt{n}$ avec m et n entiers

Solution : $612=2^2\times3^2\times17$ et $1530=2^1\times3^2\times5^1\times17$
$PGCD(1530;612)=2^1\times3^2\times17=153$

Méthode 1 : $\frac{612}{1530}=\frac{2^1\times3^2\times5\times17}{2^2\times3^2\times17}=\frac{5}{2}$

Méthode 1 : $\frac{612}{1530}=\frac{612\div153}{1530\div153}=\frac{5}{2}$

$\sqrt{612\times1530}=\sqrt{2^1\times3^2\times5\times2^2\times3^2\times17^2}$

$\sqrt{612\times1530}=\sqrt{2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{17^2}$

$\sqrt{ab}=\sqrt{2}\times3\times\sqrt{5}\times2\times3\times17=306\times\sqrt{10}$

Exercice4: déterminer le plus grand diviseur commun de x et y dans chaque cas :

1) x=75 et y= 325.
2) x=330 et y= 420.
3) x=214 et y= 816.
4) x=575 et y= 1275.
5) x=132 et y= 666.

Exercice5: déterminer le plus petit multiple commun de x et y dans chaque cas :

6) x=75 et y= 325.
7) x=330 et y= 420.
8) x=214 et y= 816.
9) x=575 et y= 1275.
10) x=132 et y= 666.

Exercice6:

- Est-ce que 111111 est un nombre premier ? justifier votre repense ?
- Montrer que1000000001 ; 3^{20} - 1 et 123 4 5 6^3ne sont pas des nombres premiers.
- Montrer que 499999^2 + 999999 est divisible par 25.

Exercice7: déterminer les nombres pairs et les nombres impairs :2^2 +1 ; 15^2x 9^2 ; 15^2 -13^2 ; 642 x 97681 ; $(41^2+765^2)^7$; 2176543 x 34569820 ; 97^3 x 97^2 ; 2n + 8 ; $4n^2$ +1 ; n (n +1) ; $3n^2$ + n ; n + (n + 1) + (n + 2) ; $5n^2$ + 5n +1 ; $8n^2$ + 8n +1 (n + 1)(n + 2)(n + 3) ; $2n^2$ + 4n + 7 ; 20122n + 20092 ; (2n + 5)(2n + 6) n (n + 3) ; 1 + $(n +1)^2$ + $(n + 2)^2$; n^2 - 3n + 4 ; n^2 + 3n + 4

Exercice8 : Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

1) Y-a-t-il des moments (autres que le départ !) où les voitures se croisent sur la ligne de départ ?
2) Préciser le nombre de déplacement par laps de temps

Dans les exercices, n est un entier naturel

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien