

Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers

1) Ensemble \mathbb{N}

\mathbb{N} : C'est l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}$

a) Le nombre 0 est le nombre entier naturel nul.

$\mathbb{N}^* = \{1; 2; \dots\}$ C'est l'ensemble des entiers naturels non nuls

7 appartient à \mathbb{N} on écrit : $7 \in \mathbb{N}$

(-3) n'est pas un nombre entier naturel, on écrit $-3 \notin \mathbb{N}$

2) Diviseurs et multiples : Soit $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^*$:

On dit que a est un multiple de b ou que b est un diviseur de a s'il existe un entier naturel k tel que $a = k \times b$

On dit aussi que b est un diviseur de a.

Et tout nombre entier naturel non nul a admet au moins deux diviseurs, 1 et a.

Le nombre 0 est un multiple de tous entiers naturels.

3) Critères de divisibilité : soit n un nombre entier naturel, n est divisible par :

a) 2 si et seulement si son nombre d'unités est : 0, 2, 4, 6 ; 8.

b) 3 si et seulement si la somme de ces chiffres est divisible par 3 .

c) 4 si et seulement si le nombre formé par ces deux derniers chiffres est divisible par 4.

d) 5 si et seulement si son nombre d'unités est : 0 ou 5.

e) 9 si et seulement si la somme de ces chiffres est divisible par 9 .

f) 10 si et seulement si son nombre d'unités est : 0.

g) 11 si et seulement si la somme alternée de ses chiffres est divisible par 11.

h) 12 si et seulement si le nombre est divisible par 3 et par 4.

i) 15 si et seulement si le nombre est divisible par 3 et par 5.

3) parité d'un entier :

a) on dit qu'un nombre pair s'il est un multiple de 2 ou s'il existe un Entier naturel k tel que $n = 2.k$

b) on dit qu'un nombre impair s'il existe un entier naturel k tel que $n = 2.k+1$

Remarques : Un nombre entier naturel est soit paire soit impaire, et on a les résultats suivants :

Nombres	a	b	$a + b$	$a - b$	$a \times b$
Parité des nombres	pair	pair	pair	pair	pair
	impair	impair	pair	pair	impair
	pair	impair	impair	impair	pair

4) nombres premiers

Un nombre entier naturel est dit **premier** s'il admet

exactement deux diviseurs : 1 et lui-même

Remarques : 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur : 1

2 est le seul nombre premier pair

Il y a une infinité de nombre premier

5) Décomposition en produit de facteurs premiers

tout entier naturel non premier se décompose en produit de facteurs premiers et cette décomposition est unique.

6) le plus grand commun diviseur

a) Soient a et b deux entiers non nuls

Le PGCD de a et b est le plus grand diviseur commun des nombres a et b. On le note PGCD (a ; b) ou a v b

b) Le plus grand diviseur commun de deux nombres est le produit des facteurs communs munis du plus petit des exposants trouvés dans la décomposition de a et b .

7) Le plus petit commun multiple

a) Soient a et b deux entiers non nuls.

PPCM de a et b est le plus petit multiple commun des nombres a et b. On le note PPCM (a ; b).

b) Le plus petit multiple commun de deux nombres est le produit des facteurs communs munis

Du plus grand des exposants trouvés dans la décomposition de a et b.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

