

حل التمرين 1

- 1 - يتعلق مفعول قوة على دوران جسم بعاملين اثنين هما شدة هذه القوة و المسافة بين خط تأثيرها و محور الدوران.
- 2 - باعتبار توازن الكتلة المعلمة لدينا العلاقة : $F = m \cdot g$

التجربة	$F (N)$	$d (m)$	$F \cdot d (N \cdot m)$
1	0,245	0,060	0,014 7
2	0,490	0,030	0,014 7
3	0,980	0,015	0,014 7

- 3 - الجداء $F \cdot d$ ثابت.
- 4 - عزم قوة مطبقة على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت و متعامد مع خط تأثيرها يساوي جداء شدتها و المسافة الفاصلة بين خط تأثيرها و محور الدوران.

حل التمرين 2

- 1 - جرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة
تخضع الصفيحة لأربع قوى: $\vec{P}$ وزنها ، $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) ، $\vec{F}_1$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_1 ، و $\vec{F}_2$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_2 .
- 2 - عزوم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران
خطا تأثير $\vec{P}$ و $\vec{R}$ يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) : عزومهما **منعدمان** : $M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$

$$M_{\Delta}(\vec{F}_1) = +F_1 \cdot d_1 = +m_1 \cdot g \cdot d_1$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}_2) = -F_2 \cdot d_2 = -m_2 \cdot g \cdot d_2$$

ت.ع. $M_{\Delta}(\vec{F}_1) = +100 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 2,0 \times 10^{-2} = +1,96.10^{-2} N.m$

$$M_{\Delta}(\vec{F}_2) = -200 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 1,0 \times 10^{-2} = -1,96.10^{-2} N.m$$

نستنتج المجموع الجبري لعزوم القوى : $M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{F}_1) + M_{\Delta}(\vec{F}_2) = 0$

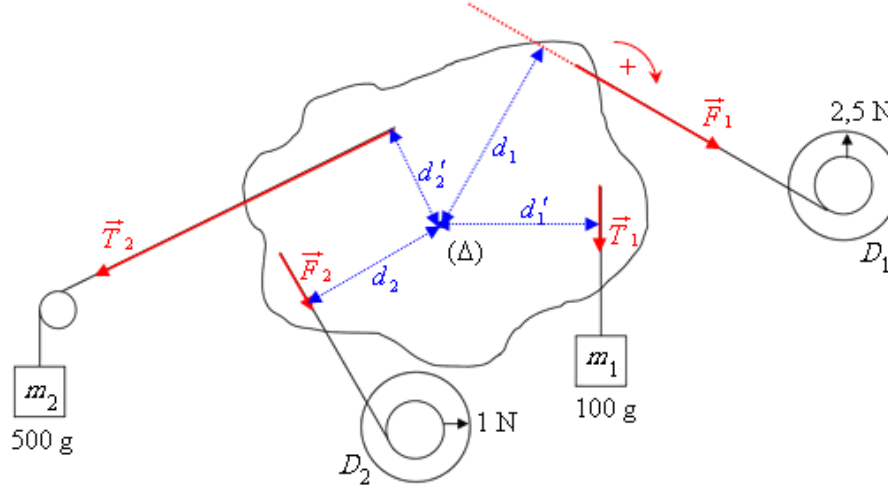
- 3 - شروط توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (مبرهنة العزوم)
في حالة توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت، المجموع الجبري لعزوم كل القوى المطبقة عليه منعد،

$$\Sigma M_{\Delta}(\vec{F}) = 0$$

1 - جرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة
تخضع الصفيحة لست قوى: $\vec{P}$ وزنها، $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) ، $\vec{F}_1$ تأثير الخيط المرتبط بالدينامومتر D_1 ، $\vec{T}_1$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_1 ، $\vec{F}_2$ تأثير الخيط المرتبط بالدينامومتر D_2 ، و $\vec{T}_2$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_2 .

2 - تمثيل متجهات القوى المقرونة بتأثيرات الخيوط على الصفيحة باستعمال السلم $1\text{ cm} \leftrightarrow 1\text{ N}$
شداتها هي:

$$\begin{aligned} T_1 &= m_1 \cdot g = 100 \times 10^{-3} \times 10 = 1,0\text{ N} & F_1 &= 2,5\text{ N} \\ T_2 &= m_2 \cdot g = 500 \times 10^{-3} \times 10 = 5,0\text{ N} & F_2 &= 1,0\text{ N} \end{aligned}$$



3 - عزم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران
المسافات الفاصلة بين خطوط تأثير القوى و محور الدوران:

$$\begin{aligned} d'_1 &= 2,4\text{ cm} & d_1 &= 3,1\text{ cm} \\ d'_2 &= 1,6\text{ cm} & d_2 &= 2,3\text{ cm} \end{aligned}$$

• عزم القوى بالنسبة لمحور الدوران:

$$\begin{aligned} M_A(\vec{F}_1) &= +F_1 \cdot d_1 = +7,75 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \\ M_A(\vec{F}_2) &= -F_2 \cdot d_2 = -2,3 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \\ M_A(\vec{T}_1) &= +T_1 \cdot d'_1 = +2,4 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \\ M_A(\vec{T}_2) &= -T_2 \cdot d'_2 = -8,0 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \end{aligned}$$

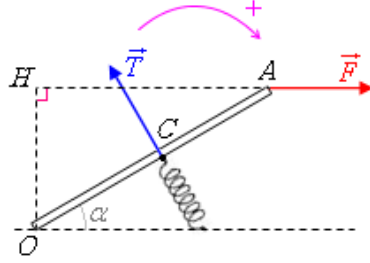
4 - المجموع الجبري لعزم القوى

خطا تأثير $\vec{P}$ و $\vec{R}$ يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) : عزمهما منعدمان : $M_A(\vec{P}) = M_A(\vec{R}) = 0$
نستنتج المجموع الجبري لعزم القوى:

$$M_A(\vec{P}) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) + M_A(\vec{T}_1) + M_A(\vec{T}_2) = -0,0015 \approx 0$$

باعتبار الأخطاء في القياسات، يمكن اعتبار مجموع العزم منعدما تقريبا.

حل التمرين 4



- 1 - جرد جميع القوى المطبقة على العارضة
تخضع العارضة لأربع قوى: $\vec{P}$ وزنها (مهملة) ، تأثير القوة $\vec{F}$ ، تأثير النابض $\vec{T}$ وتأثير المحور (Δ) ،
- 2 - شدة القوة التي يطبقها النابض على العارضة
بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ) ، لدينا:

$$M_A(\vec{F}) + M_A(\vec{T}) + M_A(\vec{R}) = 0$$

$M_A(\vec{R}) = 0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_A(\vec{F}) = +F \cdot OH = +F \cdot OA \cdot \sin \alpha$$

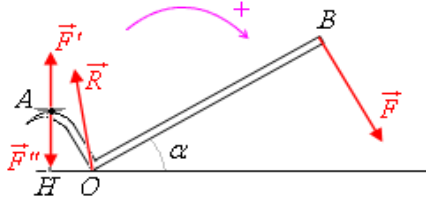
$$M_A(\vec{T}) = -T \cdot OC = -T \cdot \frac{OA}{2}$$

$$F \cdot OA \cdot \sin \alpha - T \cdot \frac{OA}{2} = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

$$T = 2F \cdot \sin \alpha \quad \leftarrow$$

$$T = 2 \times 20 \times \sin 30^\circ = 20 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

حل التمرين 5



- 1 - شدة القوة $(A, \vec{F}')$ التي تطبقها العتلة على المسمار
بإهمال وزنها تخضع العتلة لثلاث قوى: $(B, \vec{F})$ و $(O, \vec{R})$ و $(A, \vec{F}')$ تأثير المسمار على العتلة.
حيث: $F' = F''$ حسب مبدأ التأثيرات البينية.
بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ) ، لدينا:

$$M_A(\vec{F}) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{F}'') = 0$$

$M_A(\vec{R}) = 0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_A(\vec{F}) = +F \cdot OB$$

$$M_A(\vec{F}'') = -F'' \cdot OH = -F' \cdot OA \cdot \sin \alpha$$

$$F \cdot OB - F' \cdot OA \cdot \sin \alpha = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

$$F' = F \cdot \frac{OB}{OA \cdot \sin \alpha} \quad \leftarrow$$

$$F' = 200 \times \frac{0,70}{0,10 \times \sin 30^\circ} = 2800 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

- 2 - شدة القوة $(O, \vec{R})$ التي يطبقها سطح التماس على العتلة

بتطبيق الشرط الآخر للتوازن، لدينا: $\vec{F} + \vec{R} + \vec{F}'' = \vec{0}$
ثم إسقاط هذه العلاقة في المعلوم (O, x, y) :

$$\begin{cases} -F \cdot \sin \alpha + R_x + 0 = 0 \\ -F \cdot \cos \alpha + R_y - F'' = 0 \end{cases} \quad \leftarrow \quad \begin{cases} F_x + R_x + F_x'' = 0 \\ F_y + R_y + F_y'' = 0 \end{cases}$$

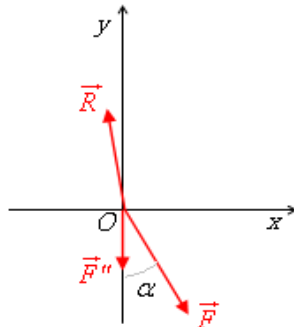
و نستنتج إحداثيتي القوة $(O, \vec{R})$:
 $R_x = F \cdot \sin \alpha$
 $R_y = F \cdot \cos \alpha + F''$

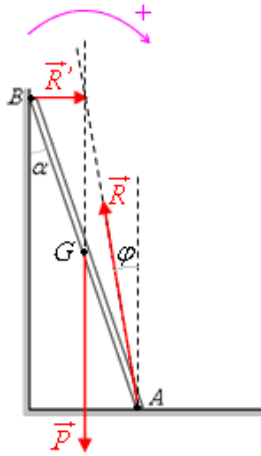
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad \text{و شدتها هي:}$$

$$R = \sqrt{(F \cdot \sin \alpha)^2 + (F \cdot \cos \alpha + F'')^2}$$

ت.ع.

$$R = \sqrt{(200 \times \sin 30^\circ)^2 + (200 \times \cos 30^\circ + 2800)^2} = 2975 \text{ N}$$





1 - جرد القوى المطبقة على AB و تمثيل متجهاتها

يخضع السلم لثلاث قوى هي:
وزنه $\vec{P}$ و تأثير السطح الأفقي $\vec{R}$ و تأثير الجدار الرأسي $\vec{R}'$.
خطوط تأثير القوى تتلاقى في نقطة تقاطع خط تأثير $\vec{P}$
(العمودي المار من G) و خط تأثير $\vec{R}'$ (الأفقي المار من B).

2 - شدة القوة المطبقة من طرف الجدار

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ)، لدينا: $M_A(\vec{P}) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{R}') = 0$

$M_A(\vec{R}) = 0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_A(\vec{P}) = -P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$M_A(\vec{R}') = +R' \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

نعوض و نستنتج: $-P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \sin \alpha + R' \cdot AB \cdot \cos \alpha = 0$

$$R' = \frac{P}{2} \cdot \tan \alpha \quad \leftarrow$$

$$R' = \frac{40}{2} \times 0,15 = 3 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

3 - شدة القوة التي يطبقها السطح الأفقي و قيمة الزاوية φ
الخط المضلعي لمتجهات القوى مثلث قائم الزاوية.

$$R = \sqrt{P^2 + R'^2} \quad \text{لدينا العلاقة:}$$

$$R = \sqrt{40^2 + 3^2} \approx 40 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

$$\tan \varphi = \frac{R'}{P} \quad \text{و لدينا العلاقة:}$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{2} \cdot \tan \alpha \quad \text{و باعتبار العلاقة السابقة:}$$

$$\tan \varphi = 0,075 \quad \leftarrow \quad \varphi = 4,3^\circ \quad \text{ت.ع.}$$

4 - القيمة النهائية α_m للزاوية α دون أن يفقد السلم توازنه

لكي يبقى السلم في حالة التوازن، يجب أن يتحقق الشرط التالي: $\tan \varphi \leq \tan \varphi_0$

$$\frac{1}{2} \cdot \tan \alpha \leq \tan \varphi_0 \quad \leftarrow$$

$$\tan \alpha_m = 2 \tan \varphi_0 \quad \leftarrow$$

$$\alpha_m = 26,6^\circ \quad \leftarrow \quad \tan \alpha_m = 0,50 \quad \text{ت.ع.}$$



1 - شدة توتر الحبل

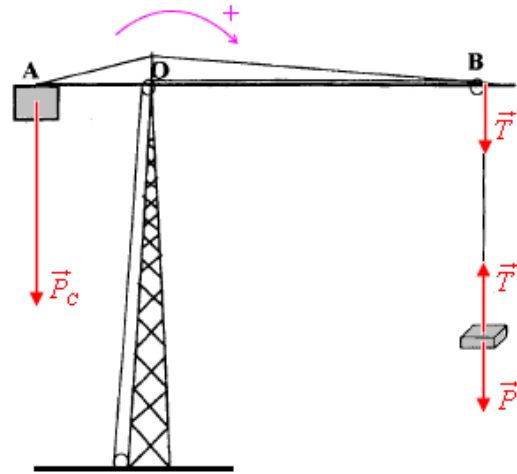
تخضع الحمولة لقوتين هما وزنها $\vec{P}$ وتأثير الحبل $\vec{T}$.

تطبيق شرط التوازن: $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \quad \leftarrow \quad T = M \cdot g$

ت.ع. $T = 1500 \times 10 = 15000 \text{ N}$

2 - جرد القوى المطبقة على الرافعة

بإهمال وزنها تخضع الرافعة لثلاث قوى هي تأثير الثقل الموازن $\vec{P}$ وتأثير الحبل $\vec{T}'$ وتأثير سطح التماس $\vec{R}$



3 - كتلة الثقل الموازن

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور مار من O لدينا: $M_A(\vec{P}_C) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{T}') = 0$

$M_A(\vec{R}) = 0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع المحور

$$M_A(\vec{P}_C) = -M_C \cdot g \cdot OA$$

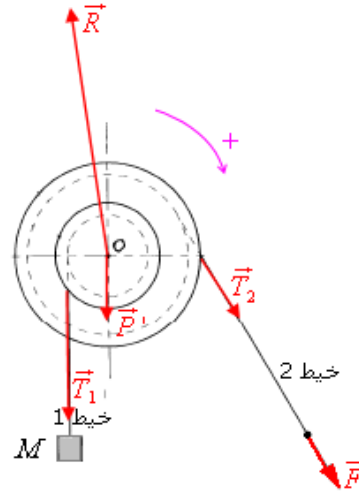
$M_A(\vec{T}') = +T' \cdot OB = +T \cdot OB$ لأن $T = T'$ حسب مبدأ التأثيرات البينية

نعوض و نستنتج: $-M_C \cdot g \cdot OA + T \cdot OB = 0$

$$M_C = \frac{T \cdot OB}{g \cdot OA} \quad \leftarrow$$

$$M_C = \frac{15000}{10} \times \frac{10}{3} = 5000 \text{ kg} \quad \text{ت.ع.}$$

1 - جرد القوى المطبقة على البكرة
تخضع البكرة لأربع قوى هي وزنها $\vec{P}$ وتأثير محورها $\vec{R}$ وتأثير الحبل 1 $\vec{T}_1$ ، وتأثير الحبل 2 $\vec{T}_2$.



2 - شدة القوة $\vec{F}$ لكي تكون البكرة في توازن
بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران، لدينا: $M_A(\vec{P}) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{T}_1) + M_A(\vec{T}_2) = 0$

$$M_A(\vec{P}) = M_A(\vec{R}) = 0 \quad \text{لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع المحور}$$

$$M_A(\vec{T}_1) = -T_1 \cdot r = -P \cdot r \quad \text{لأن } T_1 = P \quad \text{حسب شرط توازن الحمولة و مبدأ التأثيرات البينية}$$

$$M_A(\vec{T}_2) = +T_2 \cdot R = +F \cdot R \quad \text{لأن } T_2 = F \quad \text{حسب مبدأ التأثيرات البينية}$$

$$-P \cdot r + F \cdot R = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

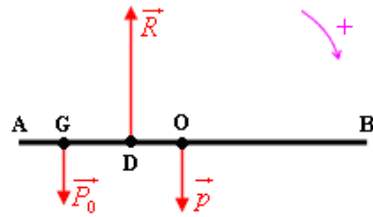
$$F = P \cdot \frac{r}{R} \quad \leftarrow$$

$$F = 500 \times \frac{5}{10} = 250 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

3 - الفائدة من هذا التركيب

$$F < P \quad \text{يلاحظ أن:}$$

يمكن هذا التركيب من رفع حمولة بمجهود أدنى.



1 - كتلة الثقل الموازن

- ندرس توازن العاتق بدون حمولة:

يخضع العاتق لثلاث قوى وزنه $\vec{P}_0$ ، وزن الثقل الموازن $\vec{p}$ ، وتأثير المحور $\vec{R}$

$$M_A(\vec{P}_0) + M_A(\vec{p}) + M_A(\vec{R}) = 0 \quad \text{تطبيق مبرهنة العزوم:}$$

$$(1) \quad -P_0 \cdot DG + p \cdot DO = 0 \quad \leftarrow$$

- ندرس توازن العاتق مع الحمولة:

يخضع العاتق لأربع قوى وزنه $\vec{P}_0$ ، وزن الثقل الموازن $\vec{p}$ ، تأثير المحور $\vec{R}$ و وزن الحمولة $\vec{P}$

$$M_A(\vec{P}_0) + M_A(\vec{p}) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{P}) = 0 \quad \text{تطبيق مبرهنة العزوم:}$$

$$(2) \quad -P_0 \cdot DG + p \cdot DC - P \cdot DA = 0 \quad \leftarrow$$

- بطرح (1) من (2) نستنتج:

$$p \cdot (DC - DO) - P \cdot DA = 0 \quad \leftarrow$$

$$p = P \cdot \frac{DA}{OC} \quad \leftarrow$$

$$m = M \cdot \frac{DA}{OC} \quad \leftarrow$$

$$m = 3 \times \frac{10}{30} = 1 \text{ kg} \quad \text{ت.ع.}$$

2 - تعبير المسافة $x = OC$ بدلالة M كتلة الحمولة

$$\text{من العلاقة السابقة نستنتج: } OC = \frac{M}{m} \cdot DA \quad \leftarrow \quad x = 10 \times \frac{M}{m} \text{ (cm)}$$

3 - المسافة DG التي تحدد موضع G مركز ثقل العاتق

$$\text{من العلاقة (1) نستنتج: } DG = \frac{p}{P_0} \cdot DO \quad \leftarrow \quad DG = \frac{m}{m_0} \cdot DO$$

$$DG = \frac{1}{1} \times 5 = 5 \text{ cm} \quad \text{ت.ع.}$$

4 - شدة القوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير محور تعليق العاتق عندما تكون كتلة الحمولة هي $M = 5 \text{ kg}$

$$\vec{P}_0 + \vec{p} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \quad \text{عند التوازن:}$$

بما أن الأوزان قوى عمودية، فإن $\vec{R}$ عمودية و متجهة نحو الأعلى و شدتها: $R = P_0 + p + P$

$$R = (m_0 + m + M) \cdot g \quad \leftarrow$$

$$R = (1 + 1 + 5) \times 10 = 70 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

حل التمرين 10

1 - عزم القوة $(\vec{F}, A)$ في الحالات التالية:

أ - عندما يكون الذراع OA أفقيا

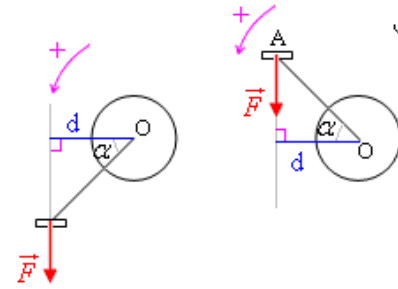
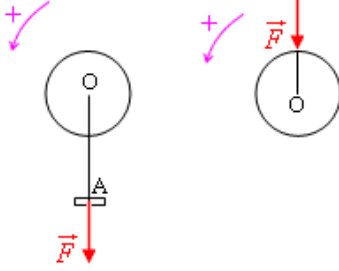
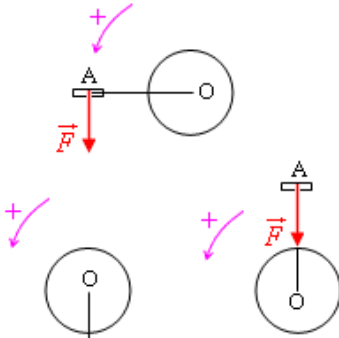
$$M_A(\vec{F}) = F \cdot d = F \cdot OA$$

$$M_A(\vec{F}) = 60 \times 0,16 = 9,6 \text{ N.m} \quad \text{ت.ع.}$$

ب - عندما يكون الذراع OA رأسيا

في هذه الحالة خط تأثير القوة $(\vec{F}, A)$ يتقاطع مع محور الدوران ($d = 0$)

$$M_A(\vec{F}) = 0$$



ت - عندما يكون الذراع OA مائلا بالزاوية $\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للخط الأفقي
في كلتا الحالتين الممكنتين: $d = OA \cdot \cos \alpha$

$$M_A(\vec{F}) = F \cdot OA \cdot \cos \alpha \quad \leftarrow$$

$$M_A(\vec{F}) = 60 \times 0,16 \times \cos 30^\circ = 8,3 \text{ N.m} \quad \text{ت.ع.}$$