

تصحيح تمارين : توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية

تمرين 1

- 1 - جرد القوى المطبقة على S
 $\vec{P}$ و $\vec{R}$ و $\vec{F}$.
- 2 - نستعمل الطريقة المبيانية
- نحدد مميزات القوى

المميزات / القوى	$\vec{P}$	$\vec{F}$	$\vec{R}$
الأصل	G	A	
الاتجاه	الخط الرأسى	المحور $x'x$	
المنحى	نحو مركز الأرض	من x نحو x'	
الشدة	$P=m.g=5N$	$F=3N$	

نختار كسلم لتمثيل القوى $1N \leftrightarrow 1cm$

بما أن الجسم في حالة توازن نطبق شرطي التوازن :

الخط المضلعي للقوى الثلاث مغلق $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$
وخطوط التأثير متوازية ومتلاقية

من خلال التمثيل المبياني نستنتج أن $R \approx 3,6N$

3 - وبما أن $\vec{R}$ غير عمودية على المستوى المائل ، إذن هناك احتكاكات بين السطح المائل والجسم S .

4 - الطريقة المبيانية

نسقط العلاقة المتجهية على المحورين $x'Gx$ و $y'Gy$
ف نحصل على المعادلتين التاليتين :

$$P \sin \alpha - F - R \sin \varphi_0 = 0$$

$$- P \cos \alpha + R \cos \varphi_0 = 0$$

من المعادلتين نستنتج أن

$$R \sin \varphi_0 = -F + P \sin \alpha$$

$$R \cos \varphi_0 = P \cos \alpha$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{-F + P \sin \alpha}{P \cos \alpha} \Leftrightarrow$$

تطبيق عددي $\tan \varphi_0 = 0,15$ إذن $\varphi_0 = 8,53^\circ$

تمرين 2

- 1 - جرد القوى المطبقة على الكرة :

$\vec{P}, \vec{T}, \vec{F}$

الكرة في توازن تحت تأثير ثلاث قوى نطبق شرطي

التوازن $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$

وخطوط التأثير متلاقية ومستوائية

فحسب الخط المضلعي وهو عبارة عن مثلث قائم الزاوية

نطبق علاقة فيثاغورس $T = \sqrt{F^2 + P^2}$ تطبيق عددي :

$$T = 7,81N$$

2 - الطول الأصلي لل نابض :

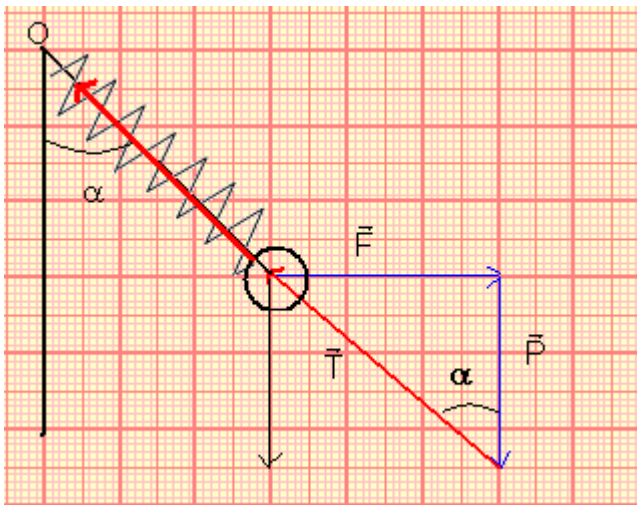
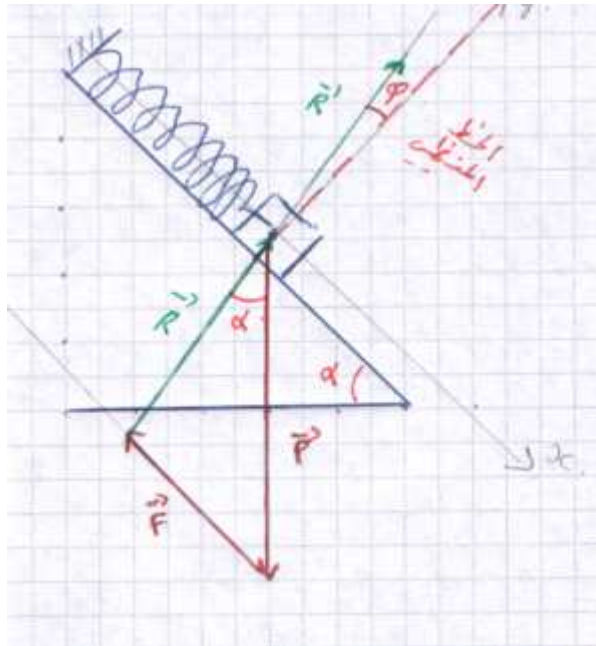
نعلم أن شدة القوة المطبقة من طرف النابض

$$T = K\Delta\ell = K(\ell - \ell_0)$$

$$T = K\ell - K\ell_0 \Rightarrow K\ell_0 = K\ell - T$$

$$\ell_0 = \ell - \frac{T}{K}$$

تطبيق عددي : $K=100N/m$ إذن



(هناك خطأ في المعطيات نأخذ $K=100\text{N/m}$ عوض $K=50\text{N/m}$) $\ell_0 = 0,15 - 0,078 = 0,072\text{m}$

3 - حساب الزاوية α

نحسب $\tan \alpha$

$$\tan \alpha = \frac{F}{P} = 1,2$$

$$\alpha = 50,2^\circ$$

تمرين 3

1 - جرد القوى المطبقة على S

$\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}$

2 - استعمال الطريقة التحليلية : نختار معلم متعامد وممنظم مرتبط بمركز الجسم S

ونسقط فيه العلاقة المتجهية $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$ ملاحظة بما أن هناك احتكاكات فإن $\vec{R}$ غير عمودية على السطح وتكون زاوية φ مع الخط المنظمي .

على $x'Gx$:

$$-P \sin \alpha + T \cos \beta - R \sin \varphi = 0$$

على $y'Gy$

$$-P \cos \alpha + T \sin \beta + R \cos \varphi = 0$$

من العلاقتين نستنتج أن

$$k = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{P \sin \alpha - T \cos \beta}{P \cos \alpha - T \sin \beta}$$

$$k(P \cos \alpha - T \sin \beta) = P \sin \alpha - T \cos \beta$$

$$T(\cos \beta - k \sin \beta) = P \sin \alpha - kP \cos \alpha$$

$$T = P \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \beta - k \sin \beta}$$

نستنتج تعبير شدة القوة $\vec{R}$

نعلم أن $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ بحيث أن

$$R_x = R \sin \alpha = -P \sin \alpha + T \cos \beta$$

$$R_y = R \cos \varphi = P \cos \alpha - T \sin \beta \text{ و}$$

نعوض T في المعادلتين فنحصل على :

$$R_x = P \left[\cos \beta \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \beta - k \sin \beta} - \sin \alpha \right] \text{ و}$$

$$R_y = P \left[\cos \alpha - \sin \beta \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \beta - k \sin \beta} \right]$$

$$R = P \sqrt{\left[\cos \beta \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \beta - k \sin \beta} - \sin \alpha \right]^2 + \left[\cos \alpha - \sin \beta \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \beta - k \sin \beta} \right]^2} \text{ إذن}$$

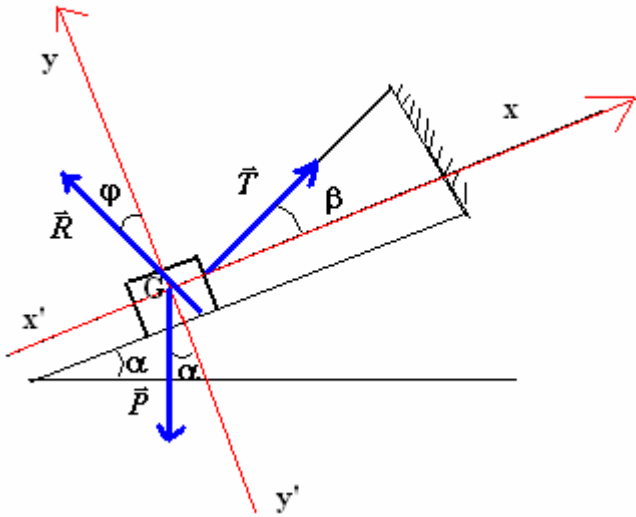
3 - حساب R و T في الحالات التالية :

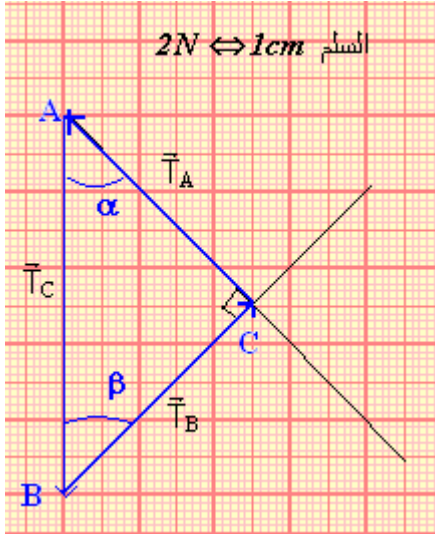
$\beta = 0^\circ$ عندما $\cos \beta = 1$ و $\sin \beta = 0$

ولدينا $\alpha = 30^\circ$ أي أن $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ و $k=0,5$ (يصحح هذا الخطأ في المعطيات)

$$R = 3\text{N} \text{ و } T = 0,2\text{N}$$

$\beta = \alpha = 30^\circ$ بنفس العمليات الحسابية نحسب T و R





تمرين 4

- 1 - باستعمال الطريقة المبيانية نحسب شدة التوترات T_A و T_B و T_C .
 جرد القوى المطبقة في النقطة O
 الجسم S في حالة توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}$ و $\vec{T}_C$ حسب شرطي التوازن
 $T_C = P = m \cdot g = 10N$
 بما أن النقطة O في توازن تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية فإن :
 $\vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{T}_C = \vec{0}$
 وحسب الشكل فإن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في C

$$T_C = T_A \sqrt{2} \Rightarrow T_A = \frac{T_C}{\sqrt{2}} = 7N$$

$$T_B = 7N \text{ كذلك}$$

- 2 - استعمال الطريقة التحليلية
 نسقط العلاقة المتجهية على المحورين $x'Ox$ و $y'Oy$
 على $x'Ox$:

$$-T_A \cos \beta + T_B \cos \alpha = 0$$

على $y'Oy$

$$T_A \sin \beta + T_B \sin \alpha - T_C = 0$$

بما أن $\alpha = \beta = 45^\circ$ فإن $\cos \alpha = \cos \beta$ و

$$\sin \alpha = \sin \beta$$

$$T_A = T_B \text{ (1) حسب العلاقة}$$

وحسب العلاقة (2)

$$T_A \sqrt{2} = T_C \Rightarrow T_A = \frac{T_C}{\sqrt{2}} = 7N = T_B$$

