

تمارين وحلولها

تمرين 1 :

نعتبر المتسلسلة الإحصائية الممثلة في الجدول التالي :

الميزة x_i	5	7	8	10	12	13
الخصيص x_j	8	2	5	11	14	10

1 - اعط جدول الخصائص المتراكمة لهذه المتسلسلة.

2 - أ - حدد المنوال واحسب المعدل الحسابي.

ب - حدد القيمة الوسطية لهذه المتسلسلة.

3 - احسب الانحراف المتوسط والمغايرة.

الجواب :

1 - جدول الخصائص المتراكمة :

الميزة x_i	5	7	8	10	12	13
الخصيص x_j	8	10	15	26	40	50

2 - أ - منوال هذه المتسلسلة الإحصائية هو : 12

$$\bar{x} = \frac{5 \times 8 + 7 \times 2 + 8 \times 5 + 10 \times 11 + 12 \times 14 + 13 \times 10}{8 + 2 + 5 + 11 + 14 + 10}$$

$$\bar{x} = \frac{502}{50}$$

$$\bar{x} = 10,04$$

أي أن

ب - لدينا الخصيص الإجمالي هو : $N = 50$

$$\text{إذن : } \frac{N}{2} = 25$$

$$m = 10$$

وبالتالي القيمة الوسطية هي :

3 - الانحراف المتوسط لهذه المتسلسلة هو :

$$e = \frac{5 \times |10,04 - 5| + 2 |10,04 - 7| + 5 |10,04 - 8| + 11 |10,04 - 10| + 14 |10,04 - 12| + 10 |10,04 - 13|}{8 + 2 + 5 + 11 + 14 + 10}$$

$$e = \frac{114,08}{50}$$

$$e = 2,2816$$

إذن :

مغايرة هذه المتسلسلة هي :

$$V = \frac{5 \times (10,04 - 5)^2 + 2 (10,04 - 7)^2 + 5 (10,04 - 8)^2 + 11 (10,04 - 10)^2 + 14 (10,04 - 12)^2 + 10 (10,04 - 13)^2}{8 + 2 + 5 + 11 + 14 + 10}$$

$$V = \frac{383,92}{50}$$

إذن

$$V \approx 7,68$$

ومنه :

تمرين 2 :

يبين الكشف التالي عدد المبيعات لمنتوج ما يوميا لمدة ثلاثين يوما.

8 - 3 - 14 - 12 - 8 - 3 - 14 - 14 - 8 - 8 - 8 3 - 14 - 8 - 3 - 8 - 8 - 12 - 12 - 14
- 12 - 14 - 12 - 14 - 12 - 14 - 8 - 8 - 8

1 - أ - أتمم الجدول التالي :

14	12	8	3	عدد المبيعات يوميا
			4	عدد الأيام الحصيص
				الحصيص المتراكم

ب - حدد المتوال.

2 - أنشئ مخططا عسويا للحصيص المتراكم.

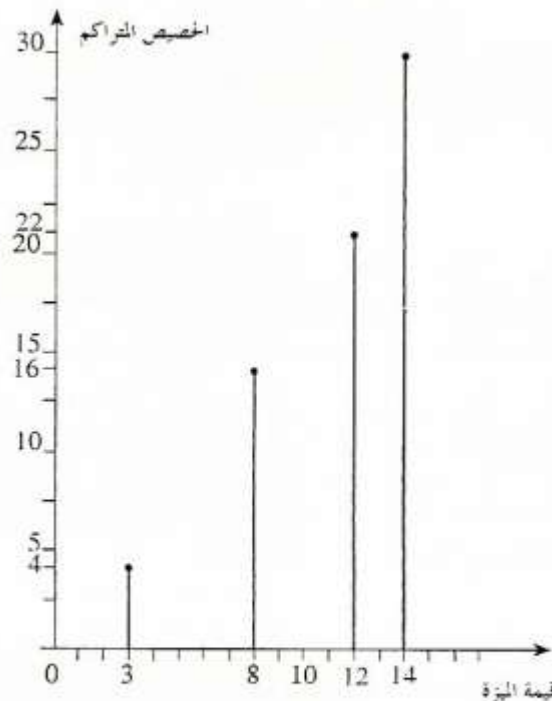
3 - احسب المعدل الحسابي.

الجواب :

14	12	8	3	عدد المبيعات يوميا
8	6	12	4	عدد الأيام الحصيص
30	22	16	4	الحصيص المتراكم

1 - أ - لدينا :

ب - المتوال هو : 8 لأن 8 تتوفر على أكبر حصيص.



3 - المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة هو :

$$\bar{x} = \frac{3 \times 4 + 8 \times 12 + 12 \times 6 + 14 \times 8}{4 + 12 + 6 + 8}$$

$$\bar{x} = \frac{292}{30}$$

$$\bar{x} \approx 9,7$$

أي أن

تمرين 3 :

الجدول التالي يعطينا قامات مجموعة من تلاميذ إحدى الثانويات :

الصف	[140,146[	[146,152[	[152,158[	[158,164[	[164,170[	[170,176[
الخصيص	10	18	45	35	20	12

1 - احسب المعدل الحسابي وحدد الصف المتوالي.

2 - أ - أنشئ المصنع الإحصائي للخصيص المتراكم.

ب - حدد القيمة المتوسطة.

3 - حدد النسبة المئوية للتلاميذ الذين قامتهم محصورة بين 146 و 164.

الجواب :

1 - نعتبر :

173	167	161	155	149	143	مركز الصنف
12	20	35	45	18	10	الخصيص

$$\bar{x} = \frac{10 \times 143 + 18 \times 149 + 45 \times 155 + 35 \times 161 + 20 \times 167 + 12 \times 173}{10 + 18 + 45 + 35 + 20 + 12}$$

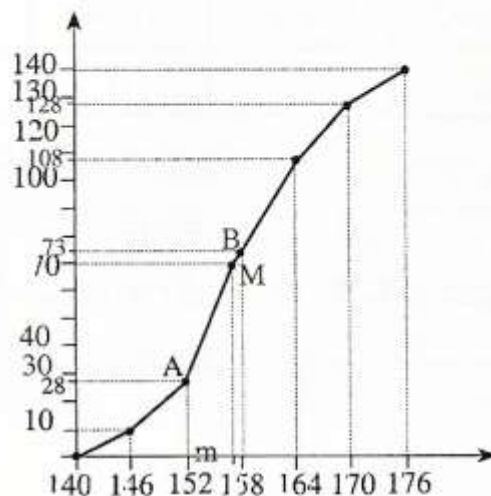
$$\bar{x} = \frac{22\ 138}{140}$$

$$\bar{x} \approx 158$$

إذن :

الصنف المنوالي هو : [152;158[

176	170	170	164	158	152	146	140	n_i	- 2
140	128	128	108	73	28	10	0	y_i	- (أ)



$$\frac{N}{2} = 70 \quad \text{لدينا :}$$

(ب) - لتكن m هي القيمة الوسطية هذه المتسلسلة لدينا النقط $A(152, 28)$ و $B(158, 73)$

و $M(m, 70)$ نقط مستقيمة ومنه. $\det(\vec{AM}, \vec{AB}) = 0$

$$\begin{vmatrix} m - 152 & 6 \\ 42 & 45 \end{vmatrix} = 0$$

أي أن

$$45(m - 152) - 42 \times 6 = 0$$

أي أن

$$45 m = 45 \times 152 + 42 \times 6$$

أي أن

$$m = \frac{45 \times 152 + 42 \times 6}{45}$$

إذن

$$m = 157,6$$

(3) - النسبة المئوية للتلاميذ الذين قامتهم محصورة بين 142 و 164.

لدينا عدد التلاميذ الذين قامتهم محصورة بين : 146 و 164 هو : $18 + 45 + 35 = 98$

إذن النسبة المئوية للتلاميذ الذين قامتهم محصورة بين 146 و 164 هي :

$$\frac{98 \times 100}{140} = 70\%$$

تمرين 4 :

نعتبر المتسلسلة الإحصائية المعرفة بـ :

الصنف	[0,20[	[20,40[	[40,60[	[60,80[	[80,100[
الحصيص	5	4	8	2	1

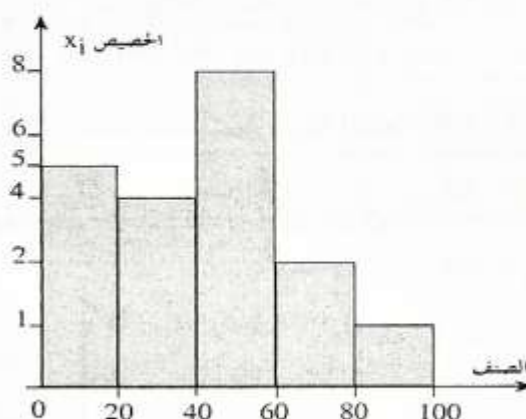
1 - أنشئ مدرج هذه المتسلسلة الإحصائية.

2 - احسب المعدل الحسابي والانحراف المتوسط.

3 - أنشئ المضلع الإحصائي للحصيص المتراكم ثم حدد القيمة الوسطية.

4 - اعط النسبة المئوية الموافقة للصنف [20,40[.

الجواب :



1 - المدرج :

2 - المعدل الحسابي والانحراف المتوسط.

نعتبر الجدول التالي :

90	70	50	30	10	مركز الصنف
1	2	8	4	5	الحصيص

$$\bar{x} = \frac{5 \times 10 + 4 \times 30 + 8 \times 50 + 2 \times 70 + 1 \times 90}{5 + 4 + 8 + 2 + 1}$$

$$= \frac{800}{20} = 40$$

المعدل الحسابي هو :

$$\bar{x} = 40$$

إذن

الانحراف المتوسط هو :

$$e = \frac{5 \times |40 - 10| + 4 \times |40 - 30| + 8 \times |40 - 50| + 2 \times |40 - 50| + 2 \times |40 - 70| + 1 \times |40 - 90|}{5 + 4 + 8 + 2 + 1}$$

$$= \frac{380}{20}$$

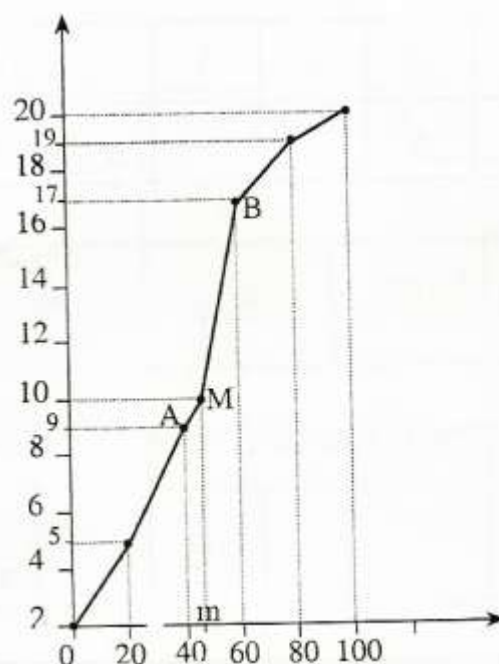
$$e = 19$$

إذن :

3 - القيمة الوسطية والمضلع الإحصائي. ننشئ المضلع الإحصائي للحصيص المتراكم بالجدول

التالي :

100	80	60	40	20	0	x_i
20	19	17	9	5	0	y_i



$$\frac{N}{2} = 10 \quad \text{لدينا}$$

لتكن m هي القيمة الوسطية إذن النقطة $M(m, 10)$ تنتمي إلى المضلع الإحصائي.

لدينا النقط $A(40, 9)$ و $B(60, 17)$ و $M(m, 10)$ مستقيمة أي أن

$$\det(\vec{AM}, \vec{AB}) = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$\begin{vmatrix} m - 40 & 20 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$8m - 320 - 20 = 0 \quad \text{تكافئ}$$

$$m = 42,5 \quad \text{إذن } 8m = 340 \text{ أي أن}$$

4 - النسبة المئوية :

$$\frac{4 \times 100}{20} = 20\%$$

تمرين : 5

حصل تلاميذ أحد الأقسام في أحد فروض مادة الرياضيات على النقط التالية :

10 - 5 - 16 - 10 - 12 - 10 - 10 - 8 - 5 - 12 - 10 - 16 - 8 - 12 - 5

1 - نظم هذه المتسلسلة في جدول.

2 - مثل هذه المتسلسلة الإحصائية بمخطط عصوي.

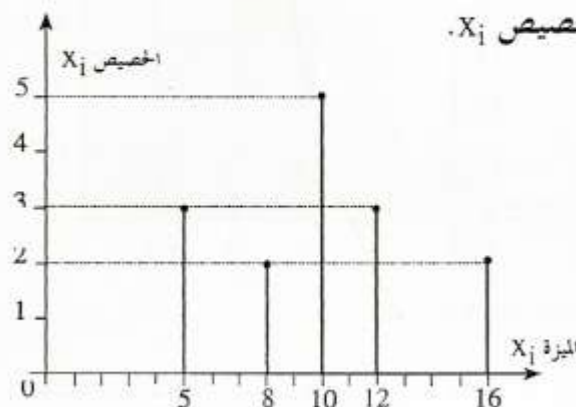
3 - احسب المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة الإحصائية.

الجواب :

16	12	10	8	5	الميزة x_i
2	3	5	2	3	الخصيص h_i

1 - لدينا

2 - المخطط العصوي للخصيص x_i .



3 - المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة الإحصائية هو :

$$\bar{x} = \frac{5 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 5 + 12 \times 3 + 16 \times 2}{3 + 2 + 5 + 3 + 2} = \frac{149}{15}$$

$$\bar{x} \approx 9,26$$

إذن

تمرين : 6

صنفت مقالة عدد طلبات الشغل الواردة عليها حسب أعمار الراغبين على الشكل التالي :

الصف	[20,25[	[25,30[	[30,35[	[35,40[	[40,45[	[45,50[
الخصيص	30	25	20	10	15	10
الخصيص المتراكم						

1 - انقل الجدول ثم أتممه.

2 - احسب التردد الموافق للأعمار المحصورة بين 20 و 35.

3 - احسب المعدل الحسابي.

4 - أنشئ مدرج الخصيصات والمضلع الإحصائي الموافق.

الجواب :

1 - لدينا :

الصف	[20,25[	[25,30[	[30,35[	[35,40[	[40,45[	[45,50[
الخصيص	30	25	20	10	15	10
الخصيص المتراكم	30	55	75	85	100	110

2 - التردد الموافق للأعمار المحصورة بين 20 و 35 هو :

$$f = \frac{30 + 25 + 20}{100}$$

$$= \frac{75}{100}$$

$$f = 0,75$$

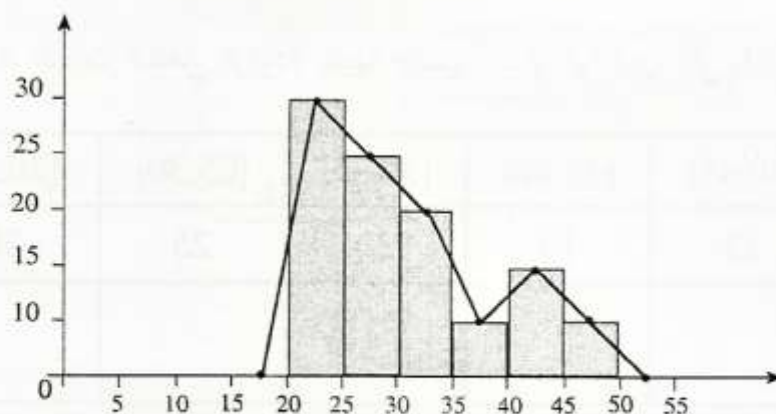
3- المعدل الحسابي هو :

$$\bar{x} = \frac{22,5 \times 30 + 27,5 \times 25 + 32,5 \times 20 + 37,5 \times 10 + 42,5 \times 15 + 47,5 \times 10}{30 + 25 + 20 + 10 + 15 + 10}$$

$$\bar{x} \approx 31,8$$

إِذْنٌ :

4 - مدراج الحصیصات والمضلع الإحصائی الموافق :



تمرین : 7

الكشف التالي يعطينا عدد ساعات الغياب عند تلاميذ :

.4-.4-1-5-1-3-4-2-4-3-1-5-3-4-5-3-1-2-1-4

1 - أوجد جدولاً للحصيصات والخصيصات المتراكمة.

2- أ - احسب المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة الإحصائية.

ب - احسب الانحراف الطرازي σ لهذه المتسلسلة الإحصائية.

3 - أنشئ المخطط العصوي لهذه المتسلسلة.

الجواب :

1 - جدول الحصص والحصيص المتراكم.

5	4	3	2	1	قيمة الميزة
3	6	4	2	5	الحصيص
20	17	11	7	5	الحصيص المتراكم

2 - أ - المعدل الحسابي هو :

$$\bar{x} = \frac{1 \times 5 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 6 + 5 \times 3}{5 + 2 + 4 + 6 + 3} = \frac{60}{20}$$

$$\bar{x} = 3$$

إذن :

$$\sigma = \sqrt{V}$$

ب - نعلم أن الانحراف الطرازي هو :

حيث V هي المغايرة.

$$V = \frac{5(3-1)^2 + 2(3-2)^2 + 4(3-3)^2 + 6(3-4)^2 + 3(3-5)^2}{5+2+4+6+3}$$

لدينا

$$= \frac{50}{20}$$

$$V = 2,5$$

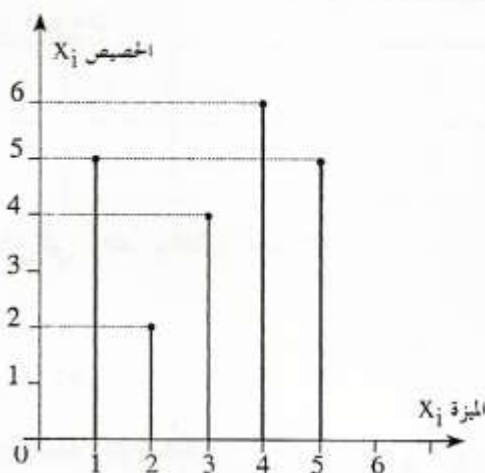
إذن

$$\sigma = \sqrt{2,5}$$

$$\sigma \approx 1,6$$

ومنه :

3 - المخطط العصوي :



تمارين : 8

الجدول التالي يعطينا عدد الأطباء وأطباء الأسنان لـ 100 000 ساكن في سنة 1996 لستة دول

من أوروبا.

الدول	ألمانيا	بلجيكا	إسبانيا	فرنسا	اليونان	إيطاليا
الأطباء	341	378	422	297	403	570
أطباء الأسنان	75	70	38	68	103	64

1 - احسب معدل الأطباء وأطباء الأسنان لـ 100 000 ساكن في هذه الدول.

2 - حدد المتوال لكل ميزة.

الجواب :

1 - معدل الأطباء لـ 100 000 ساكن في هذه الدول هو :

$$\bar{x}_1 = \frac{341 + 378 + 422 + 297 + 403 + 570}{6} = \frac{2411}{6}$$

$$\bar{x}_1 \approx 402$$

إذن :

معدل أطباء الأسنان لـ 100 000 ساكن في هذه الدول هو :

$$\bar{x}_2 = \frac{75 + 70 + 38 + 68 + 103 + 64}{6} = \frac{418}{6}$$

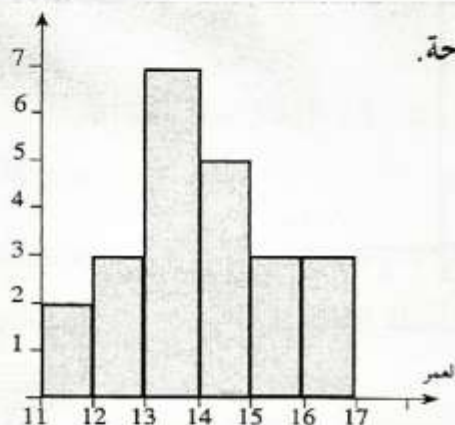
$$\bar{x}_2 \approx 70$$

إذن :

2 - منوال ميزة الأطباء هو : إيطاليا.

منوال ميزة أطباء الأسنان هو : اليونان.

تمرين : 9



المدرج التالي يعطينا أعمار منخرطي أحد نوادي السياحة.

1 - ماهو عدد المنخرطين ؟

2 - اعط جدولاً للحصيص والتردد.

3 - احسب المعدل الحسابي والقيمة المتوسطة.

الجواب :

1 - عدد المنخرطين هو : $2 + 3 + 7 + 5 + 4 + 4 = 25$

2 - جدول الحصيص والتردد :

الصف	[11,12[	[12,13[	[13,14[	[14,15[	[15,16[	[16,17[
الحصيص	2	3	7	5	4	4
التردد	0,08	0,12	0,28	0,2	0,16	0,16

3 - المعدل الحسابي أو العمر المتوسط هو :

$$\bar{x} = \frac{11,5 \times 2 + 12,5 \times 3 + 13,5 \times 7 + 14,5 \times 5 + 15,5 \times 4 + 16,5 \times 4}{8 + 2 + 5 + 11 + 14 + 10}$$

$$\bar{x} = \frac{355,5}{25}$$

$$\bar{x} = 14,22$$

إذن :

القيمة المتوسطة :

ننشئ المصنع الإحصائي للحصيص المتراكم :

x_i	0	11	12	13	14	15	16
الحصيص المتراكم	0	2	5	12	17	21	25

$$\frac{N}{2} = 12,5 \text{ إذن } N = 25$$

لتكن m هي القيمة المتوسطة :

لدينا $M(m, 12,5)$ و $A(13, 12)$ و $B(14, 17)$

إذن $\vec{AM}(m - 13, 0,5)$ و $\vec{AB}(1, 5)$

A و B و M مستقيمة تكافئ $\det(\vec{AM}, \vec{AB}) = 0$

$$5(m - 13) - 0,5 = 0 \quad \text{أي أن} \quad \begin{vmatrix} m - 13 & 1 \\ 0,5 & 5 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

إذن

$$m = 13,1$$

إذن :

$$m - 13 = \frac{0,5}{5}$$

تمارين : 10

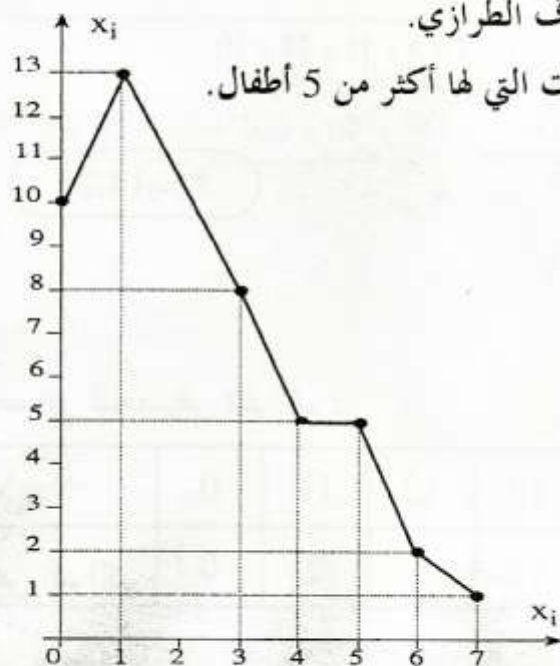
ليكن المنحنى الممثل لقيم عدد إخوة كل تلميذ من مجموعة تتكون من خمسين تلميذا.

1 - ماهو منوال هذه المتسلسلة الإحصائية ؟

2 - اعط جدولاً للحصيص والحصيص المتراكم.

3 - احسب المعدل الحسابي والانحراف الطرازي.

4 - حدد النسبة المئوية لعدد العائلات التي لها أكثر من 5 أطفال.



الجواب :

1 - المنوال هو : 1 لأنه هو قيمة الميزة التي تتوفر على أكبر حصيص $x_i = 13$.

2 - جدول الحصيص والحصيص المتراكم.

7	6	5	4	3	2	1	0	قيمة الميزة x_i
1	2	5	5	6	8	13	10	الحصيص x_i
50	49	47	42	37	31	23	10	الحصيص المتراكم

3 - المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة هو :

$$\bar{x} = \frac{0 \times 10 + 1 \times 13 + 2 \times 8 + 3 \times 6 + 4 \times 5 + 5 \times 5 + 6 \times 2 + 7 \times 1}{50}$$

$$\bar{x} = \frac{111}{50}$$

$$\bar{x} \approx 2,2$$

إذن :

لتكن V مغايرة المتسلسلة الإحصائية.

$$V = \frac{(0 - 2,2)^2 \times 10 + (1 - 2,2)^2 \times 13 + (2 - 2,2)^2 \times 8 + (3 - 2,2)^2 \times 6 + (4 - 2,2)^2 \times 5 + (5 - 2,2)^2 \times 5 + (6 - 2,2)^2 \times 2 + (7 - 2,2)^2 \times 1 + (7 - 2,2)^2 \times 1}{50}$$

$$V = \frac{172,60}{50}$$

$$V \approx 3,45$$

إذن

$$\sigma = \sqrt{V}$$

إذن الانحراف الطرازي هو :

$$\sigma \approx \sqrt{3,45}$$

$$\sigma \approx 1,86$$

إذن :

4 - النسبة المئوية لعدد العائلات التي لها أكثر من 5 أطفال هي :

$$P = \frac{3}{50} \times 100 = 6 \%$$

تمرين : 11

الكشف التالي يعطينا درجات الحرارة على الساعة 12 خلال 17 يوم في نفس المكان.

25 - 15 - 15 - 18 - 25 - 25 - 21 - 25 - 25 - 18 - 13 - 15 - 13 - 12 - 15 - 21 - 18

1 - أتمم الجدول التالي :

25	21	18	15	13	12	درجة الحرارة
						الحصيص
						الزاوية بالدرجة

2 - أنشئ مخططا دائريا موافقا للحصيص.

3 - احسب النسبة المئوية الموافقة للحرارة 15°.

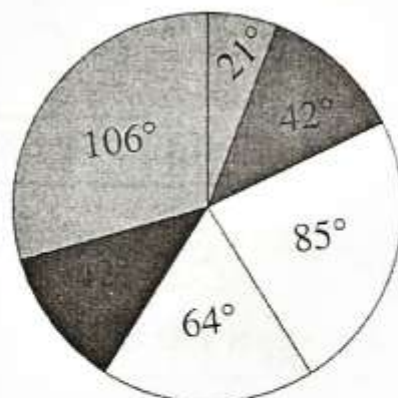
4 - احسب المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة.

الجواب :

25	21	18	15	13	12	درجة الحرارة
5	2	3	4	2	1	الحصيص
106°	42°	64°	85°	42°	21°	الزاوية بالدرجة

1 - لدينا :

2 - المخطط الدائري الموافق للحصيص :



3 - النسبة المئوية الموافقة للحرارة : 15 هي :

$$P = \frac{4 \times 100}{17}$$

$$P \approx 24 \%$$

إذن

4 - المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة هو :

$$m = \frac{12 \times 1 + 13 \times 2 + 15 \times 4 + 18 \times 3 + 21 \times 2 + 25 \times 5}{17}$$

إذن

$$m = \frac{319}{17}$$

$$m \approx 18,8$$

إذن :