

الأستاذ:
نجيب
عثماني

تمارين محلولة: التحويلات في المستوى
المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك
تكنولوجيا

أكاديمية
الجهة
الشرقية

$$\begin{cases} S_{(AC)}(A) = A \\ S_{(AC)}(B) = D \end{cases} \bullet \quad S_{(AC)}([AB]) = [AD] \text{ لأن } S_{(AC)}(A) = A$$

$$\bullet \quad S_{(AC)}(I) = J$$

لدينا I منتصف $[AB]$ و $S_{(AC)}([AB]) = [AD]$ إذن $S_{(AC)}(I) = J$ ومنه J أي النقطة J هو منتصف $[AD]$

$$\bullet \quad S_{(AC)}((OI)) = (OJ)$$

$$\text{لدينا } \begin{cases} S_{(AC)}(O) = O \\ S_{(AC)}(I) = J \end{cases} \text{ إذن } S_{(AC)}((OI)) = (OJ)$$

(4)

$$\bullet \quad t_{\overline{BC}}(A) = D$$

لدينا $ABCD$ معين إذن $\overline{AD} = \overline{BC}$ ومنه $t_{\overline{BC}}(A) = D$

$$\bullet \quad t_{\overline{IJ}}(B) = O$$

نعتبر المثلث ABD : لدينا I منتصف $[AB]$ و J منتصف

$$[AD] \text{ إذن } \overline{BD} = 2\overline{IJ} \text{ ونعلم أن } O \text{ منتصف } [BD]$$

$$\text{إذن } \overline{BD} = 2\overline{BO} \text{ ومنه } 2\overline{BO} = 2\overline{IJ} \text{ أي } \overline{BO} = \overline{IJ}$$

$$\text{وبالتالي : } t_{\overline{IJ}}(B) = O$$

$$\bullet \quad t_{\overline{IJ}}([OB]) = [DO]$$

لدينا $\overline{BO} = \overline{OD}$ و O منتصف $[BD]$ إذن $\overline{BO} = \overline{OD}$

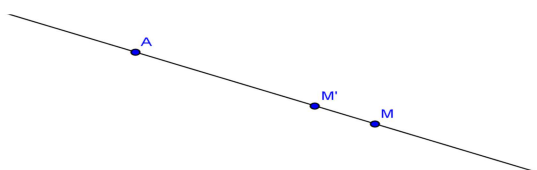
ومنه $\overline{OD} = \overline{IJ}$ أي $t_{\overline{IJ}}(O) = D$ ونعلم أن $t_{\overline{IJ}}(B) = O$

$$\text{إذن : } t_{\overline{IJ}}([OB]) = [DO]$$

تمرين 2: لتكن A و M نقطتين من المستوى , أرسم النقطة

M' صورة النقطة M بالتحاكي h ذا المركز A ونسبته $\frac{3}{4}$

$$\text{الجواب : } h(M) = M' \text{ يعني } \overline{AM'} = \frac{3}{4}\overline{AM}$$



تمرين 1: ليكن $ABCD$ معيناً مركزه O , و I منتصف $[AB]$

و J منتصف $[AD]$

(1) أنشئ الشكل.

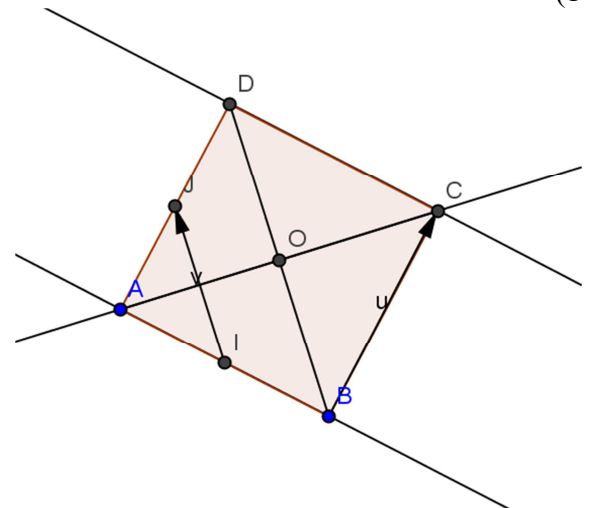
(2) حدد $S_O(A)$ و $S_O(B)$ و $S_O(O)$ و $S_O((AB))$

(3) $S_{(AC)}(A)$ و $S_{(AC)}(B)$ و $S_{(AC)}(O)$ و $S_{(AC)}([AB])$

$S_{(AC)}(I)$ و $S_{(AC)}(J)$

(4) حدد $t_{\overline{BC}}(A)$ و $t_{\overline{IJ}}(B)$ و $t_{\overline{IJ}}([OB])$

أجوبة :
(1)



(2)

$$\bullet \quad S_O(A) = C \text{ لأن } OA = OC$$

$$\bullet \quad S_O(B) = D \text{ لأن } OB = OD$$

$$\bullet \quad S_O(O) = O \text{ نقول النقطة } O \text{ صامدة}$$

$$\bullet \quad \text{بحث عن } S_O((AB)) : \text{صورة المستقيم } (AB)$$

$$\text{لدينا : } \begin{cases} S_O(A) = C \\ S_O(B) = D \end{cases} \text{ إذن } S_O((AB)) = (CD)$$

نلاحظ أن صورة متقيم بواسطة تماثل مركزي هو مستقيم يوازيه
(3)

$$\bullet \quad S_{(AC)}(B) = D \text{ لأن } (AC) \text{ واسطة للقطعة } [BD]$$

$$\bullet \quad S_{(AC)}(A) = A \text{ لأن : كل النقط التي تنتمي الى } (AC) \text{ صامدة}$$

$$\bullet \quad S_{(AC)}(O) = O \text{ لأن } O \in (AC) \text{ وكل النقط التي تنتمي الى } (AC) \text{ صامدة}$$

(AC)

تمرين 3: عبر عن العلاقة المتجهية : $\vec{IC} = -\frac{2}{3}\vec{IB}$ بتحاك

الجواب: إذا اعتبرنا h التحاكي الذي مركزه I ونسبته $k = -\frac{2}{3}$

أي : $h\left(I, -\frac{2}{3}\right)$ فان $\vec{IC} = -\frac{2}{3}\vec{IB}$ يعني $h(B) = C$

تمرين 4: حدد نسبة و مركز التحاكي h الذي يحول A إلى B في الحالات التالية :

1. $2\vec{IA} + 3\vec{AB} = \vec{0}$ حيث I نقطة معلومة

2. $2\vec{\Omega B} = -\vec{BA}$ حيث Ω نقطة معلومة

3. $3\vec{IA} - 5\vec{AB} = \vec{0}$ حيث I نقطة معلومة

الأجوبة: $h(I, k)$ يعني $h(A) = B$ يعني $\vec{IB} = k\vec{IA}$

1) $2\vec{IA} + 3\vec{AB} = \vec{0}$

يعني $2\vec{IA} + 3(\vec{AI} + \vec{IB}) = \vec{0}$ يعني $2\vec{IA} + 3\vec{AI} + 3\vec{IB} = \vec{0}$

يعني $2\vec{IA} - 3\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$ يعني $-\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$

يعني $\vec{IB} = \frac{1}{3}\vec{IA}$ ومنه $h\left(I, \frac{1}{3}\right)$

2) $2\vec{\Omega B} = -\vec{BA}$

يعني $2\vec{\Omega B} = \vec{AB}$ يعني $2\vec{\Omega B} = \vec{AO} + \vec{OB}$

يعني $2\vec{\Omega B} - \vec{OB} = -\vec{OA}$ يعني $\vec{\Omega B} = -\vec{OA}$

ومنه $h(\Omega, -1)$

3) $3\vec{IA} - 5\vec{AB} = \vec{0}$

يعني $3\vec{IA} - 5(\vec{AI} + \vec{IB}) = \vec{0}$ يعني $3\vec{IA} - 5\vec{AI} - 5\vec{IB} = \vec{0}$

يعني $3\vec{IA} + 5\vec{IA} - 5\vec{IB} = \vec{0}$ يعني $8\vec{IA} = 5\vec{IB}$

يعني $\vec{IB} = \frac{8}{5}\vec{IA}$ ومنه $h\left(I, \frac{8}{5}\right)$

تمرين 5: ليكن h الذي مركزه Ω ونسبته k

ويحول M إلى M' و N إلى N'

بين أن : $\vec{M'N'} = k\vec{MN}$

الجواب :

$h(M) = M'$ يعني $\vec{\Omega M'} = k\vec{\Omega M}$

$h(N) = N'$ يعني $\vec{\Omega N'} = k\vec{\Omega N}$

$\vec{M'N'} = \vec{M'O} + \vec{ON'} = -\vec{\Omega M'} + \vec{\Omega N'}$

$\vec{M'N'} = -k\vec{\Omega M} + k\vec{\Omega N} = k(-\vec{\Omega M} + \vec{\Omega N})$

$\vec{M'N'} = k(\vec{MO} + \vec{ON}) = k\vec{MN}$

تمرين 6: ليكن $t_{\vec{u}}$ الإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ بحيث تحول M إلى

M' و تحول N إلى N'

بين أن : $\vec{M'N'} = \vec{MN}$

الجواب : $t_{\vec{u}}(M) = M'$ يعني $\vec{MM'} = \vec{u}$

$t_{\vec{u}}(N) = N'$ يعني $\vec{NN'} = \vec{u}$

ومنه : $\vec{MM'} = \vec{NN'}$ إذن : $\vec{MM'N'} = \vec{NN'}$ متوازي الأضلاع

وبالتالي : $\vec{M'N'} = \vec{MN}$

يمكن تعميم النتيجة ونحصل عن الخاصية التالية :

تمرين 7: ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع و I و J نقطتين

معرفتين ب $\vec{IJ} = \vec{DC}$, $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CB}$

(1) أنشئ الشكل.

(2) بين أن (BJ) صورة (AI) بالإزاحة t_{AB} . وماذا تستنتج بالنسبة

للمستقيمين (BJ) و (AI) ؟

(3) نعتبر التحاكي h ذا المركز I و الذي يحول B إلى C .

(أ) بين أن $h((AB)) = (CD)$

(ب) أثبت أن نسبة h هي العدد -2.

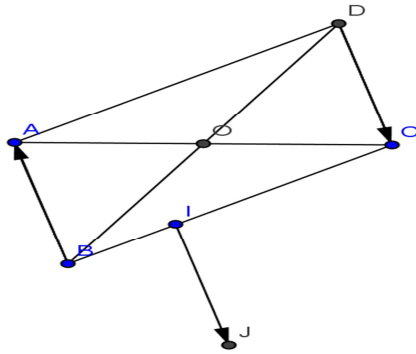
(4) لتكن K نقطة حيث $\vec{KI} = 2\vec{AB}$

(أ) بين أن $h(J) = K$

(ب) أثبت أن $AI = \frac{1}{2}CK$

الأجوبة :

(1)



(2)

نبين أن : $t_{AB}(I) = J$ ؟؟؟؟؟

لدينا $ABCD$ متوازي الأضلاع إذن $\vec{DC} = \vec{AB}$

ولدينا حسب المعطيات : $\vec{IJ} = \vec{DC}$

ومنه $\vec{IJ} = \vec{AB}$ أي : $t_{AB}(I) = J$

ولدينا : $\vec{AB} = \vec{AB}$ إذن $t_{AB}(A) = B$

لدينا إذن : $\begin{cases} t_{AB}(I) = J \\ t_{AB}(A) = B \end{cases}$ وبالتالي : $t_{AB}((AI)) = (BJ)$

❖ الاستنتاج: نعلم أن صورة مستقيم بواسطة إزاحة هو مستقيم

يوازيه إذن $(AI) \parallel (BJ)$

(3) (أ) لدينا حسب المعطيات : $h(B) = C$

ونعلم أن صورة المستقيم (AB) بواسطة تحاك هو مستقيم يوازيه

ويمر من صورة B أي يمر من C

إذن هو المستقيم (CD)

وبالتالي : $h((AB)) = (CD)$

(3) (ب) $h(B) = C$ يعني $\vec{IC} = k\vec{IB}$

ونعلم حسب المعطيات أن: $3\vec{CI} = 2\vec{CB}$ يعني $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CB}$

يعني $3\vec{CI} = 2(\vec{CI} + \vec{IB})$ يعني $3\vec{CI} = 2\vec{CI} + 2\vec{IB}$

يعني $\vec{CI} = 2\vec{IB}$ يعني $3\vec{CI} - 2\vec{CI} = 2\vec{IB}$

يعني $\vec{IC} = -2\vec{IB}$ ومنه $k = -2$

(5) أ) $h(J) = K$ ؟؟؟؟

ونعلم حسب المعطيات أن: $\vec{IJ} = \vec{DC}$ وأن: $\vec{KI} = 2\vec{AB}$

اذن: $\vec{IK} = -2\vec{IJ}$ يعني $\vec{KI} = 2\vec{IJ}$

وهذا يعني أن: $h(J) = K$

أ) وجدنا اذن: $\begin{cases} h(J) = K \\ h(B) = C \end{cases}$ اذن: $\vec{CK} = -2\vec{BJ}$

(حسب الخاصية المميزة للتحاكي)

ومنه بالمرور الى المنظم نجد:

$$\|\vec{CK}\| = |-2| \|\vec{BJ}\| \text{ اذن: } \|\vec{CK}\| = \|-2\vec{BJ}\|$$

اذن: $CK = 2BJ$

وجدنا $\vec{IJ} = \vec{AB}$ اذن: $ABJI$ متوازي الأضلاع اذن

$$BJ = AI$$

اذن: $CK = 2AI$ يعني $AI = \frac{1}{2}CK$

تمرين 8: ليكن ABC مثلثا و I منتصف $[BC]$

نعتبر النقطتين B' و C' بحيث: $\vec{AB'} = \frac{2}{3}\vec{AB}$ و

$\vec{AC'} = \frac{2}{3}\vec{AC}$ و ليكن J منتصف $[B'C']$

وليكن h التحاكي الذي مركزه A ونسبته $k = \frac{2}{3}$

بين أن $\vec{B'C'} = \frac{2}{3}\vec{BC}$

باستعمال التحاكي h بين أن النقط J و A و I نقط مستقيمة

الأجوبة:

(1) $h(B) = B'$ يعني $\vec{AB'} = \frac{2}{3}\vec{AB}$

$h(C) = C'$ يعني $\vec{AC'} = \frac{2}{3}\vec{AC}$

اذن: $\vec{B'C'} = \frac{2}{3}\vec{BC}$

(حسب الخاصية المميزة للتحاكي)

(2) لدينا I منتصف $[BC]$ اذن: $h(I) = J$ منتصف $[B'C']$

وبما أن: J منتصف $[B'C']$ فان: $h(I) = J$

ومنه: النقط J و A و I نقط مستقيمة

