هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

حلول التمارين

تمرين 1

معطيات : x و y عددان حقيقيان حيث: $x \leq y$

① لنقارن $3x-7y$ و $-5y+x$	② لنقارن $-\frac{2y+8x}{5}$ و $\frac{7x-11y}{2}$
لدينا : $(-5y+x)-(3x-7y)=-5y+x-3x+7y$ $=-2x+2y=2(-x+y)=2(y-x)$ و بما أن $x \leq y$ فإن $x-y \leq 0$ منه $2(x-y) \leq 0$ بالتالي : $-5y+x \leq 3x-7y$	لدينا : $\frac{7x-11y}{2}+\frac{2y+8x}{5}=\frac{5(7x-11y)+2(2y+8x)}{10}$ $=\frac{35x-55y+4y+16x}{10}=\frac{51x-51y}{10}=\frac{51(x-y)}{10}$ و بما أن $x \leq y$ فإن $x-y \leq 0$ منه $\frac{51(x-y)}{2} \leq 0$ بالتالي : $\frac{7x-11y}{2} \leq -\frac{2y+8x}{5}$

تمرين 2

معطيات	$3 \leq x \leq 6$	$-7 \leq y \leq -4$	$2 \leq z \leq 5$	$-10 \leq t \leq 1$	$-9 \leq k \leq -2$
	لنؤطر $x+y$		لنؤطر $x-y$		لنؤطر $6t+2y$
	لدينا : $3 \leq x \leq 6$ و $-7 \leq y \leq -4$ إذن : $-7+3 \leq x+y \leq -4+6$ إذن : $-4 \leq x+y \leq 2$		لدينا : $x-y=x+(-y)$ و لدينا $-7 \leq y \leq -4$ منه : $4 \leq -y \leq 7$ و لدينا : $3 \leq x \leq 6$ إذن : $3+4 \leq x+(-y) \leq 6+7$ بالتالي : $7 \leq x-y \leq 13$		لدينا $-10 \leq t \leq 1$ منه : $-60 \leq 6t \leq 6$ لدينا $-7 \leq y \leq -4$ منه : $-14 \leq 2y \leq -8$ إذن : $-60+(-14) \leq 6t+2y \leq 6+(-8)$ بالتالي : $-74 \leq 6t+2y \leq -2$
	لنؤطر $z+t$				لنؤطر $-y+5x$
	لدينا : $2 \leq z \leq 5$ و $-10 \leq t \leq 1$ إذن : $2+(-10) \leq z+t \leq 5+1$ إذن : $-8 \leq z+t \leq 6$		لنؤطر $z-x$ لدينا : $z-x=z+(-x)$ و لدينا $3 \leq x \leq 6$ منه : $-6 \leq -x \leq -3$ و لدينا : $2 \leq z \leq 5$ إذن : $2+(-6) \leq z+(-x) \leq 5+(-3)$ بالتالي : $-4 \leq z-x \leq 2$		لدينا $-7 \leq y \leq -4$ منه : $4 \leq -y \leq 7$ لدينا $3 \leq x \leq 6$ منه : $15 \leq 5x \leq 30$ إذن : $4+15 \leq -y+5x \leq 7+30$ بالتالي : $19 \leq -y+5x \leq 37$
	لنؤطر $5x$				لنؤطر $-4y-16$
	لدينا $3 \leq x \leq 6$ منه : $15 \leq 5x \leq 30$		لاتستطيع التأطير مباشرة لأنه لاتوجد قاعدة تسمح بتأطير الفرق		لدينا : $-4y-16=-4y+(-16)$ لدينا $-7 \leq y \leq -4$ منه : $16 \leq -4y \leq 28$ منه: $16+(-16) \leq -4y+(-16) \leq 28+(-16)$ بالتالي : $0 \leq -4y-16 \leq 12$
	لنؤطر $-6y$				
	لدينا $-7 \leq y \leq -4$ منه : $24 \leq -6y \leq 42$				
	لنؤطر $10y$		لنؤطر x^2		
	لدينا $-7 \leq y \leq -4$ منه : $-70 \leq 10y \leq -40$		لدينا $3 \leq x \leq 6$ منه : $9 \leq x^2 \leq 36$		
	لنؤطر $-4t$		لنؤطر y^2		لنؤطر $x+y-t+6z+13$
	دينا $-10 \leq t \leq 1$ منه : $-4 \leq -4t \leq 40$		لدينا $-7 \leq y \leq -4$ منه : $4 \leq -y \leq 7$ منه : $16 \leq (-y)^2 \leq 49$ بالتالي : $16 \leq y^2 \leq 49$		لدينا : $x+y-t+6z+13=x+y+(-t)+6z+13$ لدينا : $3 \leq x \leq 6$ و : $-7 \leq y \leq -4$ و لدينا: $-10 \leq t \leq 1$ منه : $-1 \leq -t \leq 10$ و لدينا: $2 \leq z \leq 5$ منه : $12 \leq 6z \leq 30$ نجمع المتفاوتات فنجد : $20 \leq x+y+(-t)+6z+13 \leq 55$
	تذكر أنه عندما نضرب متفاوتة في عدد سالب فإننا نغير ترتيب الأطراف.		لاتستطيع تأطير y^2 مباشرة لأن المتفاوتة $-7 \leq y \leq -4$ تحتوي على أعداد سالبة، لذلك نؤطر $-y$ فنحصل على متفاوتة كل أطرافها موجبة، ثم نؤطر $(-y)^2$ ، ثم نستعمل الخاصية: $(-y)^2=y^2$		

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 2

لنؤطر t^2	لنؤطر xz	لنؤطر yk
لدينا $-10 \le t \le 1$ منه : $0 \le t \le 1$ أو $-10 \le t \le 0$ $0 \le -t \le 10$ أو $0 \le t \le 1$ منه $0 \le t^2 \le 1$ أو $0 \le (-t)^2 \le 100$ منه $0 \le t^2 \le 1$ أو $0 \le t^2 \le 100$ بالتالي: $\underline{0 \le t^2 \le 100}$	لدينا : $3 \le x \le 6$ و $2 \le z \le 5$ منه : $\underline{6 \le xz \le 30}$	لدينا : $3 \le x \le 6$ و $-7 \le y \le -4$ منه : $4 \le -y \le 7$ منه : $3 \times 4 \le x \times (-y) \le 6 \times 7$ منه : $12 \le -xy \le 42$ بالتالي : $\underline{-42 \le xy \le -12}$
صعوبة هذا التأطير تكمن في كون العدد t مؤطر بين عدد سالب و آخر موجب ، مما يعيق استعمال قاعدة تأطير المربع مباشرة أو حتى تأطير $-t$ ، لذلك نستعمل الحالات : فنؤطر t في الحالة الموجبة ثم في الحالة السالبة ثم نستنتج التأطير من النتائج المحصل عليها. تذكر أننا نؤطر مستعملين قواعد التأطير و ليس بتطبيق تعبير المجهول على الأعداد.	لنؤطر xy لدينا : $-9 \le k \le -2$ و $-7 \le y \le -4$ منه : $2 \le -k \le 9$ و $4 \le -y \le 7$ منه : $4 \times 2 \le (-y) \times (-k) \le 7 \times 9$ بالتالي : $\underline{8 \le yk \le 63}$ لاحظ أننا استعملنا نفس تقنية تأطير xy ، لكننا استفدنا من كون : $(-x) \times (-y) = xy$	بما أن قاعدة تأطير جذاء تستوجب أن تكون كل الأعداد موجبة ، فإننا اعتمدنا التقنية التالية : أطرنا $-y$ فتصبح أطراف المتفاوتة $4 \le -y \le 7$ كلها موجبة (حتى $-y$ لأن y سالب)، مما سمح لنا بتأطير الجذاء $-xy$ ، و باستعمال قاعدة تأطير المقابل نستطيع تأطير xy.
لنؤطر $\frac{x-t}{y+10z}$ لدينا : $\frac{x-t}{y+10z} = (x+(-t)) \times \frac{1}{y+10z}$ لدينا : $-10 \le t \le 1$ منه : $-1 \le -t \le 10$ و لدينا : $3 \le x \le 6$ إذن : $2 \le x+(-t) \le 16$ لدينا : $2 \le z \le 5$ منه: $20 \le 10z \le 50$ و لدينا : $-7 \le y \le -4$ إذن : $13 \le y+10z \le 46$ إذن : $\frac{1}{46} \le \frac{1}{y+10z} \le \frac{1}{13}$ منه : $2 \times \frac{1}{46} \le (x+(-t)) \times \frac{1}{y+10z} \le 16 \times \frac{1}{13}$ بالتالي : $\underline{\frac{1}{23} \le \frac{x-t}{y+10z} \le \frac{16}{13}}$ لاحظ أن التعابير الأخيرة مركبة لذلك فتأطيرها يتطلب كتابتها على شكل جذاءات و مجاميع قصد التمكن من تطبيق قواعد الترتيب.	لنؤطر $\frac{z}{x}$ لدينا : $\frac{z}{x} = z \times \frac{1}{x}$ لدينا : $3 \le x \le 6$ منه : $\frac{1}{6} \le \frac{1}{x} \le \frac{1}{3}$ و لدينا : $2 \le z \le 5$ منه : $2 \times \frac{1}{6} \le z \times \frac{1}{x} \le 5 \times \frac{1}{3}$ بالتالي : $\underline{\frac{1}{3} \le \frac{z}{x} \le \frac{5}{3}}$ أو أيضا : $\frac{2}{6} \le \frac{z}{x} \le \frac{5}{3}$ لنؤطر $\frac{y^2+5}{t-10}$ لدينا : $\frac{y^2+5}{t-10} = (y^2+5) \times \frac{1}{t+(-10)}$ لدينا : $-7 \le y \le -4$ منه : $4 \le -y \le 7$ منه : $16 \le (-y)^2 \le 49$ أي: $16 \le y^2 \le 49$ منه : $21 \le y^2+5 \le 54$ لدينا : $-10 \le t \le 1$ منه : $-20 \le t-10 \le -9$ منه : $9 \le -(t-10) \le 20$ منه : $\frac{1}{20} \le \frac{1}{-(t-10)} \le \frac{1}{9}$ إذن : $21 \times \frac{1}{20} \le (y^2+5) \times \frac{1}{-(t-10)} \le 54 \times \frac{1}{9}$ أي : $\frac{21}{20} \le \frac{-(y^2+5)}{t-10} \le 6$ بالتالي : $\underline{-6 \le \frac{(y^2+5)}{t-10} \le -\frac{21}{20}}$	لنؤطر $\frac{y}{z}$ لدينا : $\frac{y}{z} = y \times \frac{1}{z}$ لدينا : $-7 \le y \le -4$ منه : $4 \le -y \le 7$ و لدينا : $2 \le z \le 5$ منه : $\frac{1}{5} \le \frac{1}{z} \le \frac{1}{2}$ منه : $4 \times \frac{1}{5} \le (-y) \times \frac{1}{z} \le 7 \times \frac{1}{2}$ أي : $\frac{4}{5} \le \frac{-y}{z} \le \frac{7}{2}$ بالتالي : $\underline{\frac{-7}{2} \le \frac{y}{z} \le \frac{-4}{5}}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 3

لنقارن $\sqrt{37}$ و $3\sqrt{5}$	لنقارن $-\sqrt{3}$ و $-2\sqrt{10}$	لنقارن $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$
لدينا : $\left(\sqrt{37}\right)^2=37$ و $\left(3\sqrt{5}\right)^2=9\times5=45$ بما أن : $45>37$ فإن : $3\sqrt{5}>\sqrt{37}$	لدينا : $\left(\sqrt{3}\right)^2=3$ و $\left(2\sqrt{10}\right)^2=4\times10=40$ بما أن : $40>3$ فإن : $2\sqrt{10}>\sqrt{3}$ بالتالي : $-2\sqrt{10}<-\sqrt{3}$	لدينا : $\left(\sqrt{5}\right)^2=5$ و $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{2}\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2$ $=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}$ بما أن : $5+2\sqrt{6}>5$ فإن : $\sqrt{2}+\sqrt{3}>\sqrt{5}$
لنقارن $\sqrt{17}-\sqrt{11}$ و $\sqrt{5}-\sqrt{40}$	لاحظ أن العددان سالبان لذلك قارنا مقابليهما قبل مقارنتهما.	**لنقارن $6+\sqrt{3}$ و $6+\sqrt{5}$**
لدينا $\sqrt{5}<\sqrt{40}$ منه $\sqrt{5}-\sqrt{40}<0$ لدينا $\sqrt{17}>\sqrt{11}$ منه $\sqrt{17}-\sqrt{11}>0$ بالتالي : $\sqrt{5}-\sqrt{40}<\sqrt{17}-\sqrt{11}$		لدينا $\sqrt{5}>\sqrt{3}$ منه : $6+\sqrt{5}>6+\sqrt{3}$
لنقارن $\sqrt{27}+1$ و $3+\sqrt{3}$	**لنقارن $-7\sqrt{14}$ و $20\sqrt{2}$**	لم نقارن المربعين و اكتفينا بمقارنة $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ لوجود العدد 6 في كلتا العددين.
لدينا : $\left(3+\sqrt{3}\right)^2=3^2+2\times3\times\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2$ $=9+6\sqrt{3}+3=12+6\sqrt{3}$ و $\left(\sqrt{27}+1\right)^2=\left(\sqrt{27}\right)^2+2\times\sqrt{27}\times1+1^2$ $=27+2\sqrt{9\times3}+1=28+6\sqrt{3}$ بما أن : $12+6\sqrt{3}<28+6\sqrt{3}$ فإن : $3+\sqrt{3}<\sqrt{27}+1$	لدينا : $-7\sqrt{14}<0$ و $20\sqrt{2}>0$ منه : $20\sqrt{2}>-7\sqrt{14}$ العدد الموجب أكبر من العدد السالب، لذلك لا نقارن المربعات	

تمرين 4

معطيات : $1,41<\sqrt{2}<1,42$ و $2,23<\sqrt{5}<2,24$

① لنؤطر $A=5\sqrt{2}+3\sqrt{5}$	② لنؤطر $B=\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$
لدينا : $1,41<\sqrt{2}<1,42$ منه $7,05<5\sqrt{2}<7,1$ و لدينا : $2,23<\sqrt{5}<2,24$ منه $4,46<2\sqrt{5}<4,48$ بالتالي : $11,51<5\sqrt{2}+3\sqrt{5}<11,58$ أي : $11,51<A<11,58$	لنبسط B أولا: $B=\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\left(5+\sqrt{5}\right)\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{5\sqrt{5}+5}{5}=\dfrac{5\left(\sqrt{5}+1\right)}{5}=\sqrt{5}+1$ لدينا: $2,23<\sqrt{5}<2,24$ منه : $3,23<\sqrt{5}+1<3,24$ بالتالي : $3,23<B<3,24$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma