

الترتيب في المجموعة $\mathbb{R}$

التمرين 1

نضع : $A = \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}}$

و $B = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$

1. تحقق أن A سالب ثم بين أن $A = -\sqrt{2}$

2. احسب B^2 ثم استنتج كتابة مبسطة لـ B

التمرين 2

a و b عدنان حقيقيان حيث :

$$-1 < b < 0 \quad \text{و} \quad |a-2| < 1$$

1. تحقق أن : $1 < a < 3$

2. أطر $a+b$ و $a.b$

3. حدد إشارة $a+b-\sqrt{a^2+b^2}$

التمرين 3

1. $x \in \mathbb{R}$ حيث $-2 < x < 1$

نضع $A = x^2 + 4x$. بين أن $|A| < 8$

2. a و b عدنان حقيقيان حيث :

$$|b-2| < \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad |a| < \frac{1}{2}$$

$$\text{بين أن : } 1 < \frac{2b}{b-a} < 5$$

التمرين 4

$(x,y) \in \mathbb{R}^2$ حيث $x \geq 1$ و $y \leq 1$ و $x-y=3$

1. احسب قيمة E حيث : $E = \sqrt{(2x-1)^2} + \sqrt{(2y-2)^2}$

2. أ - تحقق أن : $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ و $-\frac{5}{2} \leq y \leq 1$

ب - احسب قيمة F حيث : $F = |x+y-5| + |x+y+2|$

التمرين 5

a و b و c أعداد حقيقية موجبة قطعاً

1. قارن $\frac{ab}{5a+b}$ و $\frac{5a+b}{20}$

2. استنتج أن : $\frac{ab}{5a+b} + \frac{bc}{5b+c} + \frac{ac}{5c+a} \leq \frac{3}{10}(a+b+c)$

التمرين 6

1. a و b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً حيث : $a^2 + b^2 = 2$

أ - بين أن $(a+b)^2 = 2(1+ab)$

ب - استنتج أن : $a+b > \sqrt{2}$

2. α و β عدنان حقيقيان غير منعدمان :

$$\text{بين أن : } \frac{\alpha^2}{\beta^2} + \frac{\beta^2}{\alpha^2} + 3 > 2\left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right)$$

التمرين 7

a و b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً حيث :

$$a < 3 \quad \text{و} \quad b < \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad ab = 1$$

1. بين أن : $2 < a < 3$ و $\frac{1}{3} < b < \frac{1}{2}$

2. بين أن : بين أن $1 < \frac{1}{a-2b} < \frac{3}{7}$

3. تحقق أن : $\frac{5}{7}$ قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{a-2b}$ بالدقة $\frac{2}{7}$

التمرين 8

a و b و c أعداد حقيقية.

نضع $A = a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc$

1. بين أن : $2A = (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$

2. استنتج أن : $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2$

التمرين 9

a عدد حقيقي موجب قطعاً.

1. بين أن : $1 + a + \sqrt{1+2a} > 2$

2. أ - تحقق أن : $\sqrt{1+2a} - (1+a) = \frac{-a^2}{\sqrt{1+2a} + (1+a)}$

ب - استنتج أن : $-\frac{a^2}{2} < \sqrt{1+2a} - (1+a) < 0$

ج - استنتج تأطيراً للعدد $\sqrt{1,4}$ سعته 0.02

التمرين 10

a و b عدنان حقيقيان حيث

$$0.75 < a < 0.80 \quad \text{و} \quad \frac{-1}{2} < b < \frac{1}{4}$$

1. أطر $-4b+5$ و $1-a$

2. بين أن : $\frac{1}{35} < \frac{1-a}{-4b+5} < \frac{1}{16}$

3. بين أن $\frac{31}{24}$ تقريب للعدد $\frac{1}{a}$ بالدقة 0.05

التمرين 11

1. $x \in \mathbb{R}$ بين أن : $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} - 1 = \frac{-x^2}{\sqrt{1+x^2} + 1 + x^2}$

2. استنتج أن : $\left| \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} - 1 \right| \leq \frac{1}{2}x^2$

3. أوجد قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{\sqrt{1.0004}}$ بالدقة 2.10^{-4}