

الترتيب في المجموعة IR الجذع مشترك العلمي

تمرين 10

ليكن a و b عددين حقيقيين.
بين ما يلي:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab ; (a+b)^2 \geq 4ab ; \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2 + b^2}{2}.$$

تمرين 11

x و y عدنان حقيقيان موجبان قطعاً.

بين أن: $x+y \geq 2\sqrt{xy}$ و $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$

تمرين 12

a و b و c أعداد حقيقية موجبة.

بين أن: $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$

تمرين 13

a و b و c أعداد حقيقية.

نضع $A = a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc$

(1)- بين أن: $2A = (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$

(2)- استنتج أن: $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2$

تمرين 14

n عدد صحيح طبيعي.

(1)- بين أن: $\frac{n}{n+1} < \frac{n+1}{n+2}$

(2)- نعتبر العددين: $A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{97}{98} \times \frac{99}{100}$

و $B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{96}{97} \times \frac{98}{99}$

(أ)- بين أن: $A < B$

(ب)- احسب الجداء $A \times B$

(ج)- استنتج أن: $A < \frac{1}{10} < B$

تمرين 15

a و b عدنان حقيقيان بحيث: $3 \leq a \leq 9$ و $2 \leq b \leq 7$

أطّر التعبيرات التالية: $a+b$ و ab و $a-b$ و $2a+3b$

و $5a-2b$ و $\frac{a}{b}$ و $\frac{2a+3b}{5a-2b}$ و $a^2 + b^2$

تمرين 16

x و y عدنان حقيقيان بحيث: $-1 \leq x \leq -2$ و $3 \leq y \leq 5$

أطّر التعبيرات التالية: $x+y$ و $x-y$ و xy و $\frac{x}{y}$

تمرين 17

(1)- قارن العددين $2\sqrt{7}$ و $3\sqrt{3}$

(2)- احسب $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{7})^2$

تمرين 1

a و b و m أعداد حقيقية موجبة بحيث: $a > b$.
قارن التعبيرين A و B ، في الحالتين التاليتين:

(1)- $A = \frac{1}{(a+2)(a+5)}$ و $B = \frac{1}{(a+3)(a+4)}$

(2)- $A = \sqrt{a+m} - \sqrt{a}$ و $B = \sqrt{b+m} - \sqrt{b}$

تمرين 2

رتب تزايدياً الأعداد 2^{100} و 3^{75} و 5^{50} .

تمرين 3

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث: $a \geq 2$ و $b \geq 2$

نضع $x = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ و $y = \sqrt{ab} + 1$

(1)- بين أن: $x^2 - y^2 = (a-1)(1-b)$

(2)- قارن x^2 و y^2

(3)- تطبيق: قارن العددين $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$ و $\sqrt{6}$

تمرين 4

نعتبر العددين a و b حيث:

$a = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$ و $b = \sqrt{39} - 12\sqrt{10}$

(1)- بين أن: $a \geq 0$

(2)- احسب a^2 و b^2 ، ثم قارن العددين a و b

تمرين 5

a عدد حقيقي بحيث: $a \geq 1$

بين أن: $a^2 \geq a$

تمرين 6

x و y عدنان حقيقيان بحيث: $x > 1$ و $y > 1$

بين أن: $x + y < 2xy$

تمرين 7

a و b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً حيث: $a^2 + b^2 = 2$

بين أن $(a+b)^2 = 2(1+ab)$ ، ثم استنتج أن: $a+b > \sqrt{2}$

تمرين 8

n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

بين أن: $\frac{1}{3n-1} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{3n+1} > \frac{1}{n}$

تمرين 9

n عدد صحيح طبيعي أكبر قطعاً من 1.

(1)- بسط المجموع التالي:

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$$

(2)- استنتج أن: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$

ثانوية السعادة التأهيلية الترتيب في المجموعة IR الجذع المشترك العلمي 6 و 7

(1)- بين أن: $\frac{1}{|a+2|} \leq \frac{1}{3}$

(2)- استنتج أن: $\left| \frac{a-1}{a+2} - \frac{1}{4} \right| \leq \frac{1}{4} |a-2|$

تمرين 25

a و b عدنان حقيقيان حيث: $|a| < \frac{1}{2}$ و $|b-2| < \frac{1}{2}$

بين أن: $1 < \frac{2b}{b-a} < 5$

تمرين 26

a و b عدنان حقيقيان حيث: $a^2 + b^2 = 2$
بين أن: $|a+b| \leq \sqrt{2}$

تمرين 27

ليكن $\frac{1}{3}$ تقريب للعدد a بالدقة $0,25$ و $0,25$ تقريب للعدد b إلى 5.10^{-2}

بين أن $-\frac{1}{3} \leq a \leq 1$ و $0,2 \leq b \leq 0,3$

تمرين 28

نضع $A = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a}$ بحيث $a \in \mathbb{R}^*$

(1)- بين أن: $\frac{\sqrt{1+a^2}}{a} - \frac{1}{a} = \frac{a}{\sqrt{1+a^2} + 1}$

(2)- بين أن: $\sqrt{1+a^2} + 1 \geq 2$

(3)- استنتج أن: $\left| A - \frac{1}{a} \right| \leq \frac{1}{2} |a|$

(4)- حدد القيمة المقربة للعدد $\frac{\sqrt{1,0001}}{0,01}$ بالدقة 5.10^{-3}

تمرين 29

a و b عدنان حقيقيان حيث: $0 < a < 1$ و $b = \frac{1+\sqrt{a}}{2}$

(1)- بين أن: $\frac{1}{2} < b < 1$

(2)- بين أن: $b-1 = \frac{a-1}{2(1+\sqrt{a})}$

(3)- استنتج أن: $|b-1| < \frac{1}{2} |a-1|$

(4)- حدد القيمة المقربة للعدد $\frac{1+\sqrt{0,6}}{2}$ بالدقة 2.10^{-1}

(3)- بسط العدد a حيث: $a = \sqrt{55-12\sqrt{21}}$

(4)- علما أن: $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$ و $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ ، حدد تأطيرا للعدد a .

تمرين 18

x و y عدنان حقيقيان حيث:

$4\sqrt{5} \leq x \leq 5\sqrt{5}$ و $y = x - 3\sqrt{5}$

(1)- قارن العددين x و y .

(2)- تحقق من أن: $\sqrt{5} \leq y \leq 2\sqrt{5}$

(3)- أطر التعبيرات التالية: $x+y$ و xy و $x-y$ و $\frac{x}{y}$

تمرين 19

x و y عدنان حقيقيان بحيث: $-4 \leq x \leq 1$ و $5 \leq y \leq 9$

أطر التعبيرات التالية: $x-y$ و xy و $x^2 + y^2$

تمرين 20

a و b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً حيث: $a > b$

نضع $E = \sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}} - \sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}}$

(1)- بسط التعبير E أكثر ما يمكن.

(2)- استنتج مما سبق تبسيط العدد $\sqrt{5 - \sqrt{21}} - \sqrt{5 + \sqrt{21}}$

(3)- علما أن: $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ و $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ ، أطر العدد $\sqrt{5 - \sqrt{21}} - \sqrt{5 + \sqrt{21}}$

تمرين 21

x عدد حقيقي حيث: $5 \leq x \leq 7$

نعتبر التعبير التالي: $E = x^2 - 2x - 8$

(1)- أطر التعبير E

(2)- تحقق من أن: $E = (x-4)(x+2)$ ثم استنتج تأطيرا آخر للتعبير E

(3)- تحقق من أن: $E = (x-1)^2 - 9$ ثم استنتج تأطيرا آخر للتعبير E

(4)- حدد أدق تأطير للتعبير E

تمرين 22

ABC مثلث.

بين أن: $0 < AB + AC - BC < 2\sqrt{AB \times AC}$

تمرين 23

a و b عدنان حقيقيان بحيث: $a \geq \frac{1}{2}$ و $b \leq 1$ و $a-b=3$

(1)- بين أن $a \leq 4$ و $b \geq \frac{-5}{2}$

(2)- احسب قيمة العدد الحقيقي: $A = |a+b-5| + |a+b+2|$

تمرين 24

ليكن a عددا حقيقيا من المجال $[1;3]$.