

الأستاذ:
نجيب
عثماني

سلسلة تمارين: الترتيب في مجموعة الأعداد
الحقيقية
المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجيا

أكاديمية
الجهة
الشرق

تمرين 16: ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث: $x < y < 3$

1. بين أن: $x + y - 6 < 0$

2. قارن العددين $a = x^2 - 6x + 1$ و $b = y^2 - 6y + 1$

تمرين 17: بعد التمثيل على مستقيم للمجالين I و J

حدد اتحاد وتقاطع المجالين I و J في الحالات الآتية

(1) $I =]-3, 7]$ و $J = [-1, +\infty[$

(2) $I =]-\infty, 5]$ و $J = [4, 10]$

(3) $I = [0, 10[$ و $J = [-5, -1]$

(4) $I = \left[-\frac{2}{3}, 2\right]$ و $J = \left]-1, \frac{3}{2}\right]$

تمرين 18: حل في \mathbb{R} النظم الآتية

(1) $\begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x \geq -3 \\ x \geq 2 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x \geq 7 \\ x \geq 0 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \\ -7 < x < 10 \end{cases}$

تمرين 19: نضع $x \in [1, 3]$ و $y \in [2, 4]$

(1) اعط تائيرا للأعداد التالية: x^2 و y^2 و $2x$ و $3y$ و $-x$

و $-y$ و $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{y}$ و $\frac{x}{y}$

(2) حدد سعة التائير لكل من A و B : $A = x^2 + y^2 + 2x - 3y$

و $B = \frac{2x-1}{x+1}$

تمرين 20: نضع $x \in [-3, 2]$ و $y \in [-7, 1]$

(1) اعط تائيرا للأعداد التالية: $x + 2y$ و $2x - y$ و

$-5x + 3y - 8$

(2) اعط تائيرا للعدد: xy

تمرين 21: ليكن $1 \leq x \leq 2$ و $\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}$

نضع: $E = x^2 - y^2 + x + y$

(1) اعط تائيرا للعدد E

(2) تحقق أن: $E = (x + y)(x - y + 1)$

واستنتج تائيرا آخر للعدد E

(3) استنتج أن: $\frac{3}{4} \leq E \leq \frac{29}{4}$

تمرين 22: ليكن $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{2}{3}$ و $|2x + y| \leq \frac{2}{3}$

بين أن: $\frac{y}{x} \in \left[-4, -\frac{1}{2}\right]$

تمرين 1: قارن بين $\frac{100}{101}$ و $\frac{101}{102}$

تمرين 2: قارن: a و b ونضع $a = 2 + \sqrt{3}$ و $b = 2\sqrt{3}$

تمرين 3: $a \in \mathbb{R}$ قارن: $2a$ و $a^2 + 1$

تمرين 4: قارن العددين: $a = \sqrt{6}$ و $b = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$

تمرين 5: قارن العددين: $a = \sqrt{10}$ و $b = \sqrt{5} + \sqrt{2} - 1$

تمرين 6: قارن العددين: $a = 10\sqrt{51}$ و $b = 70 + \sqrt{2}$

تمرين 7: نضع $a = \frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$ و $b = \frac{4 + \sqrt{2}}{7}$

(1) بين أن: $b - a = \frac{8 - 5\sqrt{2}}{14}$

(2) قارن العددين: a و b

تمرين 8: نضع $a = 3\sqrt{18} - \sqrt{72} + 2\sqrt{\frac{9}{2}}$

و $b = \sqrt{28} + \sqrt{32} - 2\sqrt{2}$

(1) بين أن: $a - b = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$

(2) قارن العددين: a و b

تمرين 9: قارن العددين: $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ و $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

تمرين 10: ليكن a و b عنصرين من \mathbb{R}_+

نضع: $x = \frac{7a+2b}{7a}$ و $y = \frac{8b}{7a+2b}$ قارن العددين x و y

تمرين 11: ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين قطعا ومختلفين

اعط إشارة الخارج: $Z = \frac{x^2 - y^2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$

تمرين 12: ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث: $a^2 + b^2 = 2$

(1) بين أن: $(a+b)^2 = 2(1+ab)$

(2) استنتج أنه إذا كان: a و b موجبين فان: $a+b > \sqrt{2}$

تمرين 13: ليكن x عنصرا من \mathbb{R}^+

1. قارن العددين: $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}$ و $\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$

2. استنتج مقارنة العددين: $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ و $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

تمرين 14: ليكن x عددا حقيقيا موجبا.

قارن العددين: $2\sqrt{x} - 1$ و x

تمرين 15: ليكن n عددا صحيحا طبيعيا.

نضع: $a = \sqrt{4n^2 + 1}$ و $b = 2n + 1$ قارن العددين a و b

تمرين 23: التآطير و العمليات

1. تحقق من أن: $14^2 < 200 < 15^2$ ثم استنتج أن: $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$
2. بنفس الطريقة أوجد تأطيرا للعدد $\sqrt{5}$.
3. استنتج تأطيرا للعددين $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ و $\sqrt{10}$.

تمرين 24: أكتب بدون رمز القيمة المطلقة الأعداد التالية:

$$(1) \quad |\sqrt{2} - 2| \quad (2) \quad |3 - 2\sqrt{3}| \quad (3) \quad |\sqrt{5} - \sqrt{2}| \quad (4) \quad A = |4 - 2\sqrt{3}| - |5 - 3\sqrt{3}| + |9 - 5\sqrt{3}|$$

تمرين 25:

1. أحسب: $(3\sqrt{2} - 5)^2$
2. قارن العددين: 5 و $3\sqrt{2}$
3. بسط: $\sqrt{43 - 30\sqrt{2}}$

تمرين 26:

- (1) قارن العددين: $2\sqrt{7}$ و $3\sqrt{3}$
- (2) أنشر $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{7})^2$
- (3) نضع: $A = \sqrt{55 - 12\sqrt{21}}$ بسط A
- (4) إذا علمت أن: $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ وأن: $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$ اعط تقريبا للعدد A الى 0,5 بتقريب وافراط

تمرين 27: حل في \mathbb{R} المعادلات التالية: (1) $|x - 1| = 5$

$$(2) \quad |x + 2| = -1 \quad (3) \quad |2x + 1| = |x - 3|$$

تمرين 28: حل في \mathbb{R} المتراحات التالية: (1) $|x - 1| \leq 2$

$$(2) \quad |x + 2| \geq 3 \quad (3) \quad |2x + 1| < 6$$

تمرين 29: الى أي مجال ينتمي العدد x في الحالات التالية:

- (1) $-5 < x \leq 3$
- (2) $x \geq 10$ أو $x < 7$
- (3) $x > 1$ و $x < 2$
- (4) $|x - 2| < 1$
- (5) $|x + 1| \geq 2$
- (6) $1 < |x - 1| < 2$

تمرين 30: ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث: $x \geq \frac{1}{2}$ و $y \leq 1$

$$x - y = 3$$

$$1. \text{ أحسب قيمة العدد } E \text{ حيث: } E = \sqrt{(2x - 1)^2} + \sqrt{(2y - 2)^2}$$

$$2. \text{ بين أن: } \frac{1}{2} \leq x \leq 4 \text{ وأن } -\frac{5}{2} \leq y \leq 1$$

$$3. \text{ أحسب قيمة العدد } F \text{ حيث: } F = |x + y - 5| + |x + y + 2|$$

تمرين 31: ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث: $a \geq -2$ و $b \leq -1$

$$a - b = 6$$

$$1) \text{ أحسب قيمة العدد } A \text{ حيث: } A = \sqrt{(a + 2)^2} + \sqrt{(b + 1)^2}$$

$$2) \text{ بين أن: } a \leq 5 \text{ و } b \geq -8$$

$$3) \text{ أحسب قيمة العدد } F \text{ حيث: } F = |a + b - 4| + |a + b + 10|$$

تمرين 32: نعلم أن $\sqrt{7} = 2,6457513110 \dots\dots\dots$

1. حدد قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 10^{-3} بتقريب.
2. حدد قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 10^{-3} بإفراط.
3. حدد قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 5×10^{-4} بتقريب.

تمرين 33: لدينا $(\pi \approx 3.1415926\dots\dots)$

حدد قيمة مقربة للعدد π بالدقة 10^{-2} بتقريب و بإفراط

تمرين 34: أوجد التقريب العشري للعدد $\sqrt{10}$ بالدقة 10^{-3} بتقريب (استعمل المحسبة).

$$(\sqrt{10} \approx 3.16227766)$$

تمرين 35: حدد الجزء الصحيح للعدد $\sqrt{2}$

تمرين 36: أوجد التقريب العشري للعدد $\sqrt{3}$ بالدقة 10^{-4} بتقريب (استعمل المحسبة). علما أن: $(\sqrt{3} \approx 1.732050808\dots)$

تمرين 37: ليكن $a \geq 1$ نضع $A = \sqrt{1 + \frac{1}{a}}$

$$(1) \text{ بين أن: } a(A + 1)(A - 1) = 1$$

$$(2) \text{ بين أن: } 2 \leq A + 1 \leq 3$$

$$\text{واستنتج أن: } 1 + \frac{1}{3a} \leq A \leq 1 + \frac{1}{2a}$$

$$(3) \text{ بين أن: } 1,1 \text{ هي قيمة مقربة للعدد } \sqrt{1,2} \text{ بالدقة } \frac{1}{30}$$



تمارين في الترتيب للبحث

تمرين 1: a و b عدنان حقيقيان بحيث: $-\frac{1}{2} < b < a$

1. حدد إشارة كل من العددين $2a + 1$ و $2b + 1$.
2. قارن العددين: 1 و $\frac{2a + 1}{2b + 1}$.
3. استنتج ترتيبا للأعداد: 1 و $\frac{2a + 1}{2b + 1}$ و $\frac{2b + 1}{2a + 1}$.

تمرين 2: التآطير و العمليات

ليكن x عنصرا من المجال $]\frac{1}{2}, 1[$, نضع: $A = \frac{x}{x + 2}$

1. حدد تأطيرا للعدد $x + 2$ ثم استنتج تأطيرا للعدد A محددا سعته.
2. تحقق من أن: $A = 1 - \frac{2}{x + 2}$
3. حدد تأطيرا للعدد A سعته $\frac{2}{15}$.

تمرين 3: تحديد قيمة مقربة لعدد

ليكن a عنصرا من المجال المغلق الذي مركزه 1 و شعاعه $\frac{1}{2}$.

1. تحقق من أن: $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$
2. حدد قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{a}$ بالدقة $\frac{2}{3}$.

تمرين 4: ليكن a عدد حقيقي حيث : $a \geq 1$

1) بين أن $a \geq \sqrt{2a-1}$

2) نضع $A = \sqrt{a - \sqrt{2a-1}} - \sqrt{a + \sqrt{2a-1}}$

أ - حدد إشارة A

ب- احسب قيمة A في حالة $a=1$ ثم في حالة $a=5$

ج- بين أنه لكل a من المجال $[1, +\infty[$ لدينا $A^2 = 2$ ثم استنتج A

تمرين 5: ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث :

$$3,17 \leq x \leq 3,13 \text{ و } |y+1| \leq 3 \cdot 10^{-2}$$

1) بين أن $-1,03 \leq y \leq -0,97$

2) حدد تأطيرا للعدد $(y-3)^2$

3) أطر العدد xy

تمرين 6: a و b عددان حقيقيان بحيث :

$$a < 3 \text{ و } a < \frac{1}{2} \text{ و } ab = 1$$

1) بين أن $2 < a < 3$ ثم استنتج أن : $\frac{1}{3} < b < \frac{1}{2}$

2) بين أن $1 < \frac{1}{a-2b} < \frac{3}{7}$

3) تحقق أن $\frac{5}{7}$ قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{a-2b}$ بالدقة $\frac{2}{7}$

تمرين 7: نضع $A = \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}}$ و $B = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$

1. حدد إشارة A

2. بين أن $A^2 = 2$ ثم استنتج A

3. حدد إشارة B

4. أحسب B^2 ثم استنتج B

تمرين 8: ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث :

$$-1 < y < 0 \text{ و } |x-2| < 1$$

1. بين أن $1 \leq x \leq 3$

2. حدد تأطيرا للعدد $x+y$ و $x \times y$

3. حدد إشارة : $x+y - \sqrt{x^2+y^2}$

تمرين 9: ليكن x عددا حقيقيا نضع : $A = x^2 + 4x$

بين أن $|A| < 8$

تمرين 10: ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث :

$$|x| < \frac{1}{2} \text{ و } |y-2| < \frac{1}{2} \text{ بين أن } 1 \leq \frac{2y}{y-x} \leq 5$$

تمرين 11: ليكن a و b عنصرين من \mathbb{R}_+^* .

1. قارن : $\frac{5a+b}{20}$ و $\frac{ab}{5a+b}$

2. ثم استنتج أن : $\frac{ab}{5a+b} + \frac{bc}{5b+c} + \frac{ac}{5c+a} \leq \frac{3}{10}(a+b+c)$

تمرين 12: ليكن a و b عددان حقيقيان بحيث : $a < 1$ و $b < 1$

1. قارن : 8 و $\frac{a^2}{a-1}$ بدراسة الفرق

2. ثم استنتج أن : $\frac{a^2}{a-1} + \frac{b^2}{b-1} \leq 8$

تمرين 13:

- ليكن x عنصرا من المجال $]-\infty, -2[$,
قارن : 5 و $-3x-1$ باستعمال خصائص الترتيب
- ليكن x عنصرا من المجال $]-4, +\infty[$,
قارن : 9 و $-2x+1$ باستعمال خصائص الترتيب

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron »
dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et
exercices que l'on devient un mathématicien