

الأستاذ:  
نجيب  
عثمانى

سلسلة تمارين: الترتيب في مجموعة الأعداد  
الحقيقية

المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجي

أكاديمية  
الجهة  
الشرق

**تمرين 16:** ليكن  $x$  و  $y$  عددين حقيقيين بحيث:  $3 < y < x < 6$ .

$$1. \text{ بين أن: } x + y - 6 < 0 \\ 2. \text{ قارن العددين } b = y^2 - 6y + 1 \text{ و } a = x^2 - 6x + 1.$$

**تمرين 17:** بعد التمثيل على مستقيم للمجالين  $I$  و  $J$  حدد اتحاد وتقاطع المجالين  $I$  و  $J$  في الحالات الآتية

$$\begin{aligned} I &= [-3, 7] \quad J = [1, +\infty[ \\ I &= [-\infty, 5] \quad J = [4; 10] \\ I &= [0, 10] \quad J = [-5; -1] \\ I &= \left[ -\frac{2}{3}, 2 \right] \quad J = \left[ -1, \frac{3}{2} \right] \end{aligned}$$

**تمرين 18:** حل في  $\mathbb{R}$  النظمات الآتية

$$\begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \\ -7 < x < 10 \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} x > 7 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (3) \quad \begin{cases} x \geq -3 \\ x > 2 \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} x < 5 \\ x \leq 4 \end{cases} \quad (1)$$

**تمرين 19:** نضع  $y \in [2; 4]$  و  $x \in [1; 3]$

(1) اعط تأطيرا للأعداد التالية:  $x^2$  و  $y^2$  و  $2x$  و  $3y$  و  $-x$

$$\text{و } -y \text{ و } \frac{1}{y} \text{ و } \frac{1}{x} \text{ و } xy$$

(2) حدد سعة التأطير لكل من  $A$  و  $B$ :

$$A = x^2 + y^2 + 2x - 3y \quad B = \frac{2x-1}{x+1}$$

**تمرين 20:** نضع  $y \in [-7; 1]$  و  $x \in [-3; 2]$

(1) اعط تأطيرا للأعداد التالية:  $2y$  و  $x + 2$  و  $x - y$  و  $2x - y$

$$-5x + 3y - 8$$

(2) اعط تأطيرا للعدد:  $xy$

**تمرين 21:** ليكن  $\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}$  و  $1 \leq x \leq 2$

$$\text{نضع: } E = x^2 - y^2 + x + y$$

(1) اعط تأطيرا للعدد  $E$

(2) تحقق أن:  $E = (x+y)(x-y+1)$

واستنتج تأطيرا آخر للعدد

$$(3) \quad \frac{3}{4} \leq E \leq \frac{29}{4}$$

**تمرين 22:** ليكن  $|2x+y| \leq \frac{2}{3}$  و  $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{2}{3}$

$$\text{بين أن: } \frac{y}{x} \in \left[ -4; -\frac{1}{2} \right]$$

**تمرين 1:** قارن بين  $\frac{100}{101}$  و  $\frac{101}{102}$

**تمرين 2:** قارن:  $a$  و  $b$  و نضع  $a \in \mathbb{R}$

**تمرين 3:** قارن:  $a^2 + 1$  و  $2a$

**تمرين 4:** قارن العددين:  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$  و  $a = \sqrt{6}$

**تمرين 5:** قارن العددين:  $a = \sqrt{5} + \sqrt{2} - 1$  و  $a = \sqrt{10}$

**تمرين 6:** قارن العددين:  $a = 70 + \sqrt{2}$  و  $a = 10\sqrt{51}$

$$\text{تمرين 7: نضع } b = \frac{4+\sqrt{2}}{7} \text{ و } a = \frac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$$

(1) بين أن:  $b - a = \frac{8-5\sqrt{2}}{14}$

(2) قارن العددين:  $a$  و  $b$

$$\text{تمرين 8: نضع } a = 3\sqrt{18} - \sqrt{72} + 2\sqrt{\frac{9}{2}}$$

و  $b = \sqrt{28} + \sqrt{32} - 2\sqrt{2}$

(1) بين أن:  $a - b = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$

(2) قارن العددين:  $a$  و  $b$

$$\text{تمرين 9: قارن العددين: } \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \text{ و } \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$$

**تمرين 10:** ليكن  $a$  و  $b$  عنصرين من  $\mathbb{R}_+^*$ .

$$\text{نضع: } y = \frac{8b}{7a+2b} \quad \text{قارن العددين } x \text{ و } y.$$

**تمرين 11:** ليكن  $x$  و  $y$  عددين حقيقيين موجبين قطعاً و مختلفين

$$\text{اعط إشارة الخارج: } Z = \frac{x^2 - y^2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$$

**تمرين 12:** ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين بحيث:  $a^2 + b^2 = 2$

$$(1) \text{ بين أن: } (a+b)^2 = 2(1+ab)$$

(2) استنتاج أنه إذا كان:  $a$  و  $b$  موجبين فان:  $a+b > \sqrt{2}$

**تمرين 13:** ليكن  $x$  عنصراً من  $\mathbb{R}^+$

1. قارن العددين:  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}$  و  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$

2. استنتاج مقارنة العددين:  $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$  و  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

**تمرين 14:** ليكن  $x$  عدداً حقيقياً موجباً.

قارن العددين:  $x$  و  $1 - 2\sqrt{x}$ .

**تمرين 15:** ليكن  $n$  عدداً صحيحاً طبيعياً.

نضع:  $b = 2n+1$  و  $a = \sqrt{4n^2 + 1}$  قارن العددين  $a$  و  $b$ .

**تمرين 32:** نعلم أن  $\sqrt{7} = 2,6457513110 \dots$

1. حدد قيمة مقربة للعدد  $\sqrt{7}$  بالدقة  $10^{-3}$  بقريط.
2. حدد قيمة مقربة للعدد  $\sqrt{7}$  بالدقة  $10^{-3}$  بافراط.
3. حدد قيمة مقربة للعدد  $\sqrt{7}$  بالدقة  $10^{-4}$  بقريط.

**تمرين 33:** لدينا  $(\pi = 3.1415926 \dots)$

حدد قيمة مقربة للعدد  $\pi$  بالدقة  $10^{-2}$  بقريط و بافراط

**تمرين 34:** أوجد التقريب العشري للعدد  $\sqrt{10}$  بالدقة  $10^{-3}$  بقريط  
(استعمل المحسبة).

$$(\sqrt{10} \approx 3.16227766)$$

**تمرين 35:** حدد الجزء الصحيح للعدد  $\sqrt{2}$

**تمرين 36:** أوجد التقريب العشري للعدد  $\sqrt{3}$  بالدقة  $10^{-4}$  بقريط

(استعمل المحسبة). علماً أن:  $(\sqrt{3} \approx 1.732050808 \dots)$

$$A = \sqrt{1 + \frac{1}{a}} \quad \text{نضع } a \geq 1 \quad \text{ليكن}$$

$$(1) \quad a(A+1)(A-1) = 1$$

$$(2) \quad 2 \leq A+1 \leq 3$$

$$1 + \frac{1}{3a} \leq A \leq 1 + \frac{1}{2a}$$

(3) بين أن: 1,1 هي قيمة مقربة للعدد  $\sqrt{1,2}$  بالدقة 30

## تمارين في التدريب للبعض



**تمرين 1:** و  $a$   $b$  عدوان حقيقيان بحيث:  $a < b$

1. حدد إشارة كل من العددين  $2a+1$  و  $2b+1$ .

$$2. \quad \text{قارن العددين: } 1 + \frac{2a+1}{2b+1}$$

3. استنتج ترتيبا للأعداد: 1 و  $\frac{2a+1}{2b+1}$  و  $\frac{2b+1}{2a+1}$

### تمرين 2: التأثير و العمليات

ليكن  $x$  عنصرا من المجال  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ , نضع:

1. حدد تأثيرا للعدد  $x+2$  ثم استنتاج تأثيرا للعدد  $A$  محددا سعته.

$$2. \quad \text{تحقق من أن: } A = 1 - \frac{2}{x+2}$$

3. حدد تأثيرا للعدد  $A$  سعته  $\frac{2}{15}$

### تمرين 3: تحديد قيمة مقربة لعدد

ليكن  $a$  عنصرا من المجال المغلق الذي مركزه 1 و شعاعه  $\frac{1}{2}$

1. تتحقق من أن:  $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$

2. حدد قيمة مقربة للعدد  $\frac{1}{a}$  بالدقة  $\frac{2}{3}$

### تمرين 23: التأثير و العمليات

1. تتحقق من أن:  $15^2 < 200 < 14^2$

ثم استنتاج أن:  $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

2. بنفس الطريقة أوجد تأثيرا للعدد  $\sqrt{5}$ .

3. استنتاج تأثيرا للعددين  $\sqrt{2} + \sqrt{10}$  و  $\sqrt{2} - \sqrt{10}$ .

**تمرين 24:** أكتب بدون رمز القيمة المطلقة الأعداد التالية:

$$(1) |4 - 2\sqrt{3}| \quad (2) |\sqrt{2} - 2| \quad (3) |3 - 2\sqrt{3}| \quad (4) |\sqrt{5} - \sqrt{2}|$$

$$A = |4 - 2\sqrt{3}| - |5 - 3\sqrt{3}| + |9 - 5\sqrt{3}|$$

### تمرين 25:

$$1. \quad \text{أحسب: } (3\sqrt{2} - 5)^2$$

2. قارن العددين:  $3\sqrt{2}$  و 5

$$3. \quad \text{بسط: } \sqrt{43 - 30\sqrt{2}}$$

### تمرين 26:

1. قارن العددين:  $2\sqrt{7}$  و  $3\sqrt{3}$

$$2. \quad \text{أنشر: } (3\sqrt{3} - 2\sqrt{7})^2$$

$$3. \quad \text{بسط: } A = \sqrt{55 - 12\sqrt{21}}$$

4. إذا علمت أن:  $1,7 < \sqrt{3} < 2,7$  وأن:  $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$

اعط تقريرا للعدد  $A$  إلى 0,5 بتفريط وافرات

**تمرين 27:** حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية: (1)

$$|2x+1| = |x-3| \quad (2) \quad |x+2| = -1$$

**تمرين 28:** حل في  $\mathbb{R}$  المتراجفات التالية: (1)

$$|2x+1| < 6 \quad (2) \quad |x+2| \geq 3$$

**تمرين 29:** إلى أي مجال ينتمي العدد  $x$  في الحالات التالية:

$$-5 < x \leq 3 \quad (1)$$

$$x \geq 10 \quad \text{أو} \quad x < 7 \quad (2)$$

$$x > 1 \quad \text{و} \quad x < 2 \quad (3)$$

$$|x-2| < 1 \quad (4)$$

$$|x+1| \geq 2 \quad (5)$$

$$1 < |x-1| < 2 \quad (6)$$

**تمرين 30:** ليكن  $x$  و  $y$  عددين حقيقيين بحيث:  $x \geq \frac{1}{2}$  و  $1 \leq y$  و

$$x - y = 3$$

1. أحسب قيمة العدد  $E$  حيث:  $E = \sqrt{(2x-1)^2} + \sqrt{(2y-2)^2}$

$$2. \quad \text{بين أن: } 4 \leq x \leq \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad 1 \leq y \leq \frac{5}{2}$$

3. أحسب قيمة العدد  $F$  حيث:  $F = |x+y-5| + |x+y+2|$

**تمرين 31:** ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين بحيث:  $-2 \leq a \leq -1$  و  $-1 \leq b \leq 0$

$$a-b=6$$

1. أحسب قيمة العدد  $A$  حيث:  $A = \sqrt{(a+2)^2} + \sqrt{(b+1)^2}$

$$2. \quad \text{بين أن: } 5 \leq a \leq -8 \quad \text{و} \quad b \geq -8$$

3. أحسب قيمة العدد  $B$  حيث:  $B = |a+b-4| + |a+b+10|$

**تمرين 4:** ليكن  $a$  عدد حقيقي بحيث :

$$a \geq 1 \quad (1) \quad \text{أ. بين أن } a \geq \sqrt{2a-1}$$

$$A = \sqrt{a-\sqrt{2a-1}} - \sqrt{a+\sqrt{2a-1}} \quad (2) \quad \text{ب- احسب قيمة } A \text{ في حالة } a=1 \text{ ثم في حالة } a=5$$

ج- بين أنه لكل  $a$  من المجال  $[1, +\infty)$  لدينا  $A^2 = 2$  ثم استنتج

**تمرين 5:** ليكن  $x$  و  $y$  عددين حقيقيين بحيث :

$$|y+1| \leq 3 \cdot 10^{-2} \quad 3,13 \leq x \leq 3,17$$

$$-1,03 \leq y \leq -0,97 \quad (1)$$

(2) حدد تأطيرا للعدد  $(y-3)^2$

(3) أطر العدد  $xy$

**تمرين 6:**  $a$  و  $b$  عددان حقيقيان بحيث :

$$ab = 1 \quad b < \frac{1}{2} \quad a < 3$$

$$(1) \text{ بين أن } 3 < a < 2 \text{ ثم استنتاج أن : } \frac{1}{3} < b < \frac{1}{2}$$

$$(2) \text{ بين أن } 1 < \frac{1}{a-2b}$$

$$(3) \text{ تحقق أن } \frac{2}{7} < \frac{5}{7} \text{ قيمة مقربة للعدد } \frac{1}{a-2b} \text{ بالدقة}$$

$$B = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}} \quad A = \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}}$$

**تمرين 7:** نضع  $A$  حدد إشارة

1. حدد إشارة  $A$

2. بين أن  $A^2 = 2$  ثم استنتاج

3. حدد إشارة  $B$

4. أحسب  $B^2$  ثم استنتاج

**تمرين 8:** ليكن  $x$  و  $y$  عددين حقيقيين بحيث :

$$|x-2| < 1 \quad -1 < y < 0$$

$$1 \leq x \leq 3 \quad (1)$$

2. حدد تأطيرا للعدد  $x+y$  و  $x \times y$

$$x+y - \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3) \text{ حدد اشارة :}$$

**تمرين 9:** ليكن  $x$  عددا حقيقيا نضع :

$$|A| < 8 \quad \text{بين أن}$$

**تمرين 10:** ليكن  $x$  و  $y$  عددين حقيقيين بحيث :

$$1 \leq \frac{2y}{y-x} \leq 5 \quad \text{بين أن } |x| < \frac{1}{2} \quad |y-2| < \frac{1}{2}$$

**تمرين 11:** ليكن  $a$  و  $b$  عنصرين من  $\mathbb{R}_+^*$ .

$$\text{قارن : } \frac{ab}{5a+b} \text{ و } \frac{5a+b}{20}$$

$$2. \text{ ثم استنتاج أن: } \frac{ab}{5a+b} + \frac{bc}{5b+c} + \frac{ac}{5c+a} \leq \frac{3}{10}(a+b+c)$$

**تمرين 12:** ليكن  $a$  و  $b$  عددان حقيقيان بحيث  $a < 1$  و  $b < 1$

$$1. \text{ قارن : } \frac{a^2}{a-1} \text{ و } \frac{a^2}{b-1} \text{ بدراسة الفرق}$$

$$2. \text{ ثم استنتاج أن: } \frac{a^2}{a-1} + \frac{b^2}{b-1} \leq 8$$

- تمرين 13:**
1. ليكن  $x$  عنصرا من المجال  $[-2, -\infty)$ , قارن :  $5-3x$  و  $-1$  - باستعمال خصائص الترتيب
  2. ليكن  $x$  عنصرا من المجال  $[-4, +\infty)$ , قارن :  $9-2x+1$  و  $-2$  - باستعمال خصائص الترتيب

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron »  
dit un proverbe.  
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et  
exercices que l'on devient un mathématicien