

التمرين الأول: بين أن: $\left| \frac{1}{a+1} - \frac{1}{b+1} \right| \leq |a-b|$

- علماً أن:

$$0,866 < \frac{\sqrt{3}}{2} < 0,867 \quad 0,707 < \frac{\sqrt{2}}{2} < 0,708$$

أ- أعط تقريباً إلى 2×10^{-3} بفربيط وإفراط

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

للعدد

ب- يستنتج أن: $\left| \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1} - \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} + 1} \right| < 0,2$

التمرين الخامس:

ليكن x عنصراً من المجال $[1, +\infty]$

1- تحقق أن: $x + \sqrt{x} - 2 = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)$

2- بين أن: $0 \leq \sqrt{x} - 1 \leq \frac{1}{2}(x - 1)$

3- أ- بين أن:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} - \left(1 - \frac{1}{2}(x - 1) \right) = \frac{\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x}}(x + \sqrt{x} - 2)$$

ب- يستنتج أن:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} - \left(1 - \frac{1}{2}(x - 1) \right) = (\sqrt{x} - 1)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$$

4- نفترض أن $r \in \mathbb{R}_+$ حيث $x \in [1, 1+r]$

أ- بين أن: $\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \leq \frac{3}{2}$ و $(\sqrt{x} - 1)^2 \leq \frac{r^2}{4}$

ب- يستنتج أن: $\left| \frac{1}{\sqrt{x}} - \left(1 - \frac{1}{2}(x - 1) \right) \right| \leq \frac{3r^2}{4}$

5- أوجد قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{\sqrt{1,0004}}$ بالدقة 10^{-8}

التمرين السادس:

ليكن a و b عدادان حقيقيان بحيث $1 \leq x^2 - xy + y^2 \leq 2$

1- بين أن: $\frac{2}{9} \leq x^4 + y^4 \leq 8$

2- بين أن:

$$[(\forall n \in \mathbb{N}) \quad n \geq 3] \quad x^{2^n} + y^{2^n} \geq \frac{2}{3^{2^n}}$$

التمرين الأول: يكن a و b عدادان

حيث $3 < 2a - b < 5$ و $2 < b < 4$

1- بين أن: $4 < a < \frac{-1}{2}$ ؟

2- أطر كل من الأعداد: $x = 2a - b$

و $z = ab$ و $y = a^2 + b^2$

3- أ- انشر الجداء: $(2a - b)(2b - a)$

ب- بين أن: $|5ab - 2(a^2 + b^2)| < \frac{63}{2}$

التمرين الثاني: نضع $A = x + y - 6xy$ حيث

$$x \text{ و } y \text{ عدادان حقيقيان من المجال } \left[0, \frac{1}{3} \right]$$

1- بين أن: $\left| 2y - \frac{1}{3} \right| \leq \frac{1}{3}$ و $\left| \frac{1}{2} - 3x \right| \leq \frac{1}{2}$

2- تتحقق أن: $\left| A - \frac{1}{6} \right| = \left| 2y - \frac{1}{3} \right| \left| \frac{1}{2} - 3x \right|$

3- يستنتج أن: $A \in \left[0, \frac{1}{3} \right]$

التمرين الثالث:

1- بين أنه إذا كان a قيمة مقربة يافراط للعدد

$\frac{2}{3} \leq a \leq \frac{13}{15}$ فإنه $\frac{2}{3}$

2- حدد تأثيراً للعدد $\frac{a}{a-1}$

ثم يستنتج أن: $\left| \frac{a}{a-1} \right| \leq \frac{13}{2}$

3- ليكن b عدد حقيقي بحيث $\left| \frac{3b+1}{3a} \right| \leq \frac{1}{13}$

أ- بين أن: $-\frac{2}{5} \leq b \leq -\frac{4}{15}$

ب- حدد تأثيراً للعدد $\frac{a}{b}$

التمرين الرابع:

1- ليكن a عدداً حقيقياً بحيث $a \in [0, 1]$

بين أن: $\frac{1}{a+1} \in \left[\frac{1}{2}, 1 \right]$

2- ليكن a و b عدادان حقيقيان

حيث $b \in [0, 1]$ و $a \in [0, 1]$