

:

$$\left| \frac{1}{a+1} - \frac{1}{b+1} \right| \leq |a-b|$$

3- علما أن:

$$0,866 < \frac{\sqrt{3}}{2} < 0,867 \text{ و } 0,707 < \frac{\sqrt{2}}{2} < 0,708$$

أ- أعط تقريبا إلى 2×10^{-3} بتفريط وإفراط

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \text{ للعدد}$$

$$\left| \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}+1} - \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}+1} \right| < 0,2$$

التمرين الخامس:

ليكن x عنصرا من المجال $[1, +\infty[$

$$1 - \text{تحقق أن: } x + \sqrt{x} - 2 = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)$$

$$2 - \text{بين أن: } 0 \leq \sqrt{x} - 1 \leq \frac{1}{2}(x-1)$$

3- أ- بين أن:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} - \left(1 - \frac{1}{2}(x-1) \right) = \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}}(x + \sqrt{x} - 2)$$

ب- استنتج أن:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} - \left(1 - \frac{1}{2}(x-1) \right) = (\sqrt{x}-1)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$$

4- نفترض أن $x \in [1, 1+r]$ حيث: $r \in \mathbb{R}_+^*$

$$\text{أ- بين أن: } \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \leq \frac{3}{2} \text{ و } (\sqrt{x}-1)^2 \leq \frac{r^2}{4}$$

$$\text{ب- استنتج أن: } \left| \frac{1}{\sqrt{x}} - \left(1 - \frac{1}{2}(x-1) \right) \right| \leq \frac{3r^2}{4}$$

$$5- \text{أوجد قيمة مقربة للعدد } \frac{1}{\sqrt{1,0004}} \text{ بالدقة } 6.10^{-8}$$

التمرين السادس:

ليكن a و b عددا

$$\text{حقيقتان بحيث } 1 \leq x^2 - xy + y^2 \leq 2$$

$$1 - \text{بين أن: } \frac{2}{9} \leq x^4 + y^4 \leq 8$$

2- بين أن:

$$[(\forall n \in \mathbb{N}) \quad n \geq 3] \quad x^{2^n} + y^{2^n} \geq \frac{2}{3^{2^n}}$$

التمرين الأول:

ليكن a و b عددا

$$\text{حقيقتان بحيث: } 2 < b < 5 \text{ و } |2a-b| < 3$$

$$1 - \text{بين أن: } a < 4 \text{ و } \frac{-1}{2} < a \text{ ؟}$$

$$2 - \text{أطّر كل من الأعداد: } x = 2a - b$$

$$\text{و } y = a^2 + b^2 \text{ و } z = ab \text{ ؟}$$

$$3 - \text{أ- أنشر الجداء: } (2a-b)(2b-a)$$

$$\text{ب- بين أن: } \left| 5ab - 2(a^2 + b^2) \right| < \frac{63}{2}$$

التمرين الثاني:

نضع: $A = x + y - 6xy$ حيث

$$x \text{ و } y \text{ عددين حقيقيين من المجال } \left[0, \frac{1}{3} \right]$$

$$1 - \text{بين أن: } \left| 2y - \frac{1}{3} \right| \leq \frac{1}{3} \text{ و } \left| \frac{1}{2} - 3x \right| \leq \frac{1}{2}$$

$$2 - \text{تحقق أن: } \left| A - \frac{1}{6} \right| = \left| 2y - \frac{1}{3} \right| \left| \frac{1}{2} - 3x \right|$$

$$3 - \text{استنتج أن: } A \in \left[0, \frac{1}{3} \right]$$

التمرين الثالث:

1 - بين أنه إذا كان a قيمة مقربة بإفراط للعدد

$$\frac{2}{3} \text{ إلى } 2 \times 10^{-1} \text{ فإن: } \frac{2}{3} \leq a \leq \frac{13}{15}$$

$$2 - \text{حدد تأطيرا للعدد } \frac{a}{a-1}$$

$$\text{ثم استنتج أن: } \left| \frac{a}{a-1} \right| \leq \frac{13}{2}$$

$$3 - \text{ليكن } b \text{ عدد حقيقيا بحيث: } \left| \frac{3b+1}{3a} \right| \leq \frac{1}{13}$$

$$\text{أ- بين أن: } -\frac{2}{5} \leq b \leq -\frac{4}{15}$$

$$\text{ب- حدد تأطيرا للعدد } \frac{a}{b} \text{ ؟}$$

التمرين الرابع:

1 - ليكن a عددا حقيقيا بحيث: $a \in [0, 1]$

$$\text{بين أن: } \frac{1}{a+1} \in \left[\frac{1}{2}, 1 \right]$$

2 - ليكن a و b عددا حقيقتان

$$\text{بحيث: } a \in [0, 1] \text{ و } b \in [0, 1]$$