

سلسلة تمارين في درس مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ أولية في الحسابيات

تمرين 1: من بين الأعداد التالية حدد تلك التي تمثل أعدادا صحيحة طبيعية: 2, 5, $\sqrt{16}$, $\sqrt{2}$, 12-17, $\frac{11}{4}$, 11, -5, 2.

تمرين 2: باستعمال الرموز: $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$ املأ الفراغات التالية:

$\mathbb{N}$ و -9 و $\frac{2}{3}$ و $\sqrt{2}$ و $\frac{8}{2}$ و $-\frac{2}{3}$ و $12-12\mathbb{N}^*$ و $\sqrt{25}$ و $\frac{\sqrt{100}}{5}$ و $\sqrt{16}$ و $2.12\mathbb{N}$ و π و $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ و $-\sqrt{100}$ و 0 و $\{1; 2; 7\}$ و $\{4; -2; 12\}$ و $\mathbb{N}^*$

تمرين 3: $a \in \mathbb{N}$ و $b \in \mathbb{N}$

(1) بين أنه إذا كان a عددا زوجيا و b عددا زوجيا فإن $a+b$ عدد زوجي

(2) بين أنه إذا كان a عددا فرديا و b عددا فرديا فإن $a+b$ عدد زوجي

(3) بين أنه إذا كان a عددا زوجيا فإن a^2 عدد زوجي

(4) بين أنه إذا كان a عددا فرديا فإن a^2 عدد فردي

(5) استنتج أنه إذا كان a^2 عدد فرديا فإن a عدد فردي

تمرين 4: حدد المضاعفات العشرة الأولى العدد 4

تمرين 5: حدد مضاعفات العدد 9 المحصورة بين 23 و 59

تمرين 6:

• حدد المضاعفات العشرة الأولى العدد 6

• حدد المضاعفات العشرة الأولى العدد 9

• حدد أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين 6 و 9

تمرين 7: نضع: $x = 3 \times 5 \times 7 \times 12$ و $y = 2 \times 5 \times 3 \times 5$

دون حساب x و y بين أن:

1. 75 قاسم للعدد y .

2. 105 قاسم للعدد x .

تمرين 8: حدد الرقم x لكي يكون العدد: $532x$ قابلا للقسمة على 9

تمرين 9: ليكن n عنصرا من $\mathbb{N}$

نضع $x = 2n + 7$ و $y = 4n + 2$

1. بين أن x عدد فردي و y عدد زوجي.

2. بين أن $(x + y)$ مضاعف للعدد 3.

تمرين 10:

(1) أدرس قابلية قسمة العدد 3611790 على 2 و 3 و 4 و 5 و 9.

(2) أدرس قابلية قسمة الأعداد: 120052005 و 1001001 و 79541 و 19350 و 3140 و 3752 و 3333426 و 145610 و 200070 على 3 و 9.

تمرين 11: فكك العدد 60 الى جداء عوامل أولية ثم استنتج جميع قواسم العدد 60

تمرين 12: حدد جميع قواسم العدد 9 ثم حدد جميع قواسم العدد 16 ثم حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 9 و 61

تمرين 13: حدد كل الأعداد الأولية الأصغر من 30.

تمرين 14: هل العدد 1004001 عدد أولي؟

تمرين 15: حدد الأعداد الأولية من بين الأعداد التالية: 0 و 1 و 2 و 17 و 21 و 41 و 87 و 105 و 239 و 2787 و 1004001 و 191

تمرين 16: فكك الأعداد: 220 و 798 الى جداء عوامل أولية

حدد: $PGCD(220; 798)$ و $PPCM(220; 798)$

تمرين 17: $n \in \mathbb{N}$ أدرس زوجية الأعداد التالية:

4516 و $4 \times 51 + 1$ و $2n + 4$ و $4n^2 + 4n + 1$ و $4n + 9$ و $6n^2 + 12n$ و $2n^2 + 7$ و $3n^3 + n$

تمرين 18: فكك العدد 1344 الى جداء عوامل أولية

تمرين 19:

- (1) فكك الأعداد : 220 و 798 و 5292 و 1650 الى جداء عوامل أولية
(2) حدد : $PGCD(220; 798)$ و $PPCM(220; 798)$
 $PPCM(1650; 5292)$

تمرين 20 : نضع $a = 1530$ و $b = 612$

- أحسب $PPCM(612; 1530)$ و $PPCM(612; 1530)$
- بسط العدد $\frac{a}{b}$
- أكتب العدد $\sqrt{ab}$ على الشكل $m\sqrt{n}$ حيث m و n عنصران من $\mathbb{N}$

تمرين 21:

- تأكد من أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 8 في الحالات التالية :
 $n = 1$ و $n = 3$ و $n = 5$ و $n = 7$
- بين أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 4 كيفما كان العدد الصحيح الطبيعي الفردي n
- بين أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 8 كيفما كان العدد الصحيح الطبيعي الفردي n
- استنتج أن : $n^4 - 1$ مضاعف للعدد 16
- بين أنه اذا كان n و m عددين فرديين فان : $n^2 + m^2 + 6$ مضاعف للعدد 8

تمرين 22:

- تأكد أن : $n^2 + 3n + 3 = (n+1)(n+2) + 1$

- استنتج زوجية العدد $n^2 + 3n + 3$

تمرين 23:

- أدرس زوجية الأعداد التالية حيث : $n \in \mathbb{N}$ و $m \in \mathbb{N}$
 $375^2 + 648^2$ و $2n + 16$ و $10n + 5$ و $18n + 4m + 24$ و $8n^2 + 12nm + 3$ و $26n + 10m + 7$ و $n^2 + 13n + 17$
 $(n+1)^2 + 7n^2$ و $n^2 + 5n$ و $n^2 + 8n$ و $n^2 + n$ و $n^3 - n$ و $5n^2 + n$ و $4n^2 + 4n + 1$ و $n + (n+1) + (n+2)$

تمرين 24:

- ليكن n عنصرا من $\mathbb{N}$ نضع : $a = 6n + 1$

$$b = 12n^2 + 2$$

$$e = 2^{n+3} - 2^{n+1} \text{ و } f = 3 \times 2^{n+1} + 5 \times 2^n$$

- أدرس زوجية الأعداد : a و b
- بين أن $a + b$ مضاعف للعدد 3
- بين أن e مضاعف للعدد 3 وأن f مضاعف للعدد 11
- فكك العددين e و f الى جداء عوامل أولية
- استنتج $e \wedge f$ و $e \vee f$

تمرين 25:

- حدد من بين الأعداد التالية الأعداد الأولية معللا جوابك: 1 و 49 و 653 و 667 و 500000103

تمرين 26:

- حدد الرقم x لكي يكون العدد : $23 \times 4x$ قابلا للقسمة على 3 وعدد فردي (حدد جميع الأعداد الممكنة)

تمرين 27:

- حدد الرقم x لكي يكون العدد : $752 \times 3x$ قابلا للقسمة على 3 وعدد زوجي (حدد جميع الأعداد الممكنة)

تمرين 28:

- نعتبر العدد $7a3b4$ حيث a و b رقمين صحيحين طبيعيين وأصغر من أو يساوي 5

- حدد الرقمين a و b لكي يكون العدد : $7a3b4$ قابلا للقسمة على 3 و 4 في آن واحد (حدد جميع الأعداد الممكنة)

تمرين 29:

- بين أن : $A = 7n^2 + 21n + 35$ مضاعف للعدد 7
- بين أن : $B = (2n-6)^2 + 8n + n(n+1)$ عدد زوجي
- بين أن : $C = (2n-6)^2 + 8n + (n(n+1))^2$ يقبل القسمة على 4

تمرين 30:

- بين أن العددين $n^2 + 3n + 4$ و $n^2 - 3n + 4$ زوجيان
- استنتج أن العدد : $n^4 - n^2 + 16$ عدد يقبل القسمة على 4

تمرين 31: $n \in \mathbb{N}$

(1) أنشر: $(n+1)^2 - n^2$

(2) استنتج أن كل عدد فردي هو فرق مربعين متتاليين

(3) أكتب الأعداد 17 و 29 و 29 و 2019 على شكل فرق مربعين متتاليين

تمرين 32: نضع $a = 33075$ و $b = 7875$

(1) فكك a و b إلى جداء عوامل أولية و أحسب $7875 \wedge 33075$ و $7875 \vee 33075$

(2) استنتج تبسيطا للعددين $\frac{a}{b}$ و $\sqrt{a}$

تمرين 33: نضع $a = 540000$

(1) فكك a إلى جداء عوامل أولية

(2) حدد أصغر عدد صحيح طبيعي غير منعدم يجب ضربه في العدد a للحصول على مربع عدد صحيح طبيعي وحدده

تمرين 34: (1) حدد جميع قواسم العدد 22

(2) استنتج جميع الأزواج $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق العلاقة $(x+2)(y+1) = 22$ (1)

(3) حدد جميع الأزواج $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق العلاقة $x + xy + y = 30$ (2)

تمرين 35: (1) حدد الأزواج $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق العلاقة $x^2 - y^2 = 51$ (1)

(2) حدد الأزواج $(a; b)$ من الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق النظام (S) $\begin{cases} a^2 - b^2 = 7344 \\ a \wedge b = 18 \end{cases}$

تمرين 36: ليكن x و y عددين صحيحين طبيعيين بحيث: $2^{x-2} + 7^{2y+1} + 6^x = 16844$ مع $x \geq 2$

(1) بين أن: $2^{x-2}(1 + 4 \times 3^x) = 16844 - 7^{2y+1}$

(2) بين أن: $16844 - 7^{2y+1}$ عدد فردي

(3) استنتج أن: $x = 2$ ثم حدد قيمة y

تمرين 37: $n \in \mathbb{N}$

(1) بين أن العدد $(n^3 + 3n^2 + n)(n^3 + 3n^2 + n + 2) + 1$ مربع كامل

(2) أنشر: $(n^2 + 3n + 1)^2$

(3) استنتج أن العدد: $n(n+1)(n+2)(n+3) + 1$ مربع كامل

ملحوظة: $a \in \mathbb{N}$ مربع كامل اذا فقط اذا كان يكتب على الشكل: $a = b^2$ حيث $b \in \mathbb{N}$

تمرين 38: يمكن توزيع تلاميذ إحدى المؤسسات التعليمية إلى أقسام تتضمن كلها نفس العدد من التلاميذ ويمكن أن يكون هذا

العدد إما 28 تلميذا أو 36 تلميذا. حدد عدد تلاميذ هذه المؤسسة إذا علمت أنه محصور بين 1000 و 1020 تلميذا.

تمرين 39: نريد غرس أشجار على محيط حديقة على شكل مثلث أبعاده هي: 42m و 70m و 98m

حيث توجد شجرة في كل رأس من رؤوس المثلث والمسافة بين شجرتين متتابعين ثابتة

(1) ماهي أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين؟

(2) ماهو اذن عدد الأشجار التي يمكن غرسها في هذه الحالة

تمرين 40: أرادت شركة أن تثبت أعمدة ضوئية على محيط ساحة عمومية مستطيلة الشكل أبعادها هي: 240m و 320m

حيث يوجد عمود ضوئي في كل ركن من رؤوس المستطيل والمسافة بين عمودين متتابعين ثابت و عدد صحيح طبيعي

(1) ماهي أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين عمودين متجاورتين؟

(2) ماهو اذن عدد الأعمدة الضوئية اللازمة للساحة في هذه الحالة؟

(3) ماهي المسافات التي تفوق 15m والتي يمكن للجماعة تركها بين عمودين متتابعين ؟ أحسب في كل حالة الأعمدة اللازمة

تمرين 41: $n \in \mathbb{N}^*$

بين أن العدد $\sqrt{\frac{n}{n+1}}$ غير جذري (يمكن استعمال البرهنة بالخلف)

تمرين 42: ليكن a عددا حقيقيا

(1) بين أن: $a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$

(2) استنتج أن العدد: 100010001 ليس أوليا