

أولمبياد الرياضيات
جذع مشترك علوم
المرحلة الثانية

مدة الانجاز: 3 ساعات

التمرين الأول:

ليكن x عددا حقيقيا موجبا بحيث: $\sqrt{x+23} + \sqrt{x} = 46$
حدد القيمة العددية للتعبير $\sqrt{x+23} - \sqrt{x}$

التمرين الثاني:

(1) ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين.

بين أن $x + y \geq 2\sqrt{xy}$

(2) بين أن $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 4$ لكل a و b و c و d أعداد حقيقية موجبة قطعاً.

التمرين الثالث:

قارب يؤمن المرور بين مدينتي الرباط و سلا على نهر أبي رقراق في حركة مستقيمة منتظمة بسرعة V .
تحت تأثير الرياح تصبح هذه السرعة على الشكل التالي:

من الرباط الى سلا $V + v$ حيث $(0 < v < V)$

من سلا الى الرباط $V - v$

هل لوجود الرياح تأثير ايجابي أم سلبي على المدة التي يستغرقها القارب ذهاباً و اياباً؟

التمرين الرابع:

(D_1) و (D_2) مستقيمان متوازيان من المستوى P .

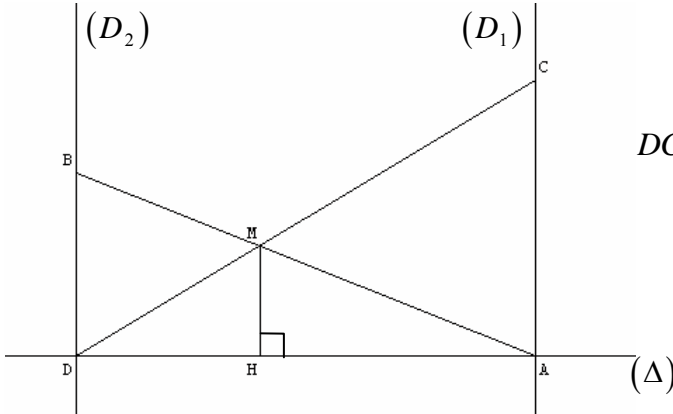
(Δ) المستقيم العمودي على (D_1) و (D_2) على التوالي في النقطتين

A و D و $AD = 5$

C نقطة من (D_1) و B نقطة من (D_2) بحيث $AB = 7$ و $DC = 9$
(أنظر الشكل جانبه)

حدد المسافة الفاصلة بين نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (CD)

و المستقيم (Δ) (أي المسافة MH)



التمرين الخامس:

بين أن: $\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} < \cos(1) + \sin(1) < \sqrt{1 + \frac{\sqrt{6}}{2}}$
(الوحدة المختارة هي الراديان)

التمرين السادس:

نعتبر في المستوى P نصفي مستقيم $[Ox)$ و $[Oy)$

لتكن A_1 و A_2 و A_3 ثلاث نقط من نصف المستقيم $[Ox)$

و B_1 و B_2 و B_3 ثلاث نقط من نصف المستقيم $[Oy)$ بحيث:

$OA_1 = OB_1 = B_1A_2 = A_1B_2 = B_2A_3 = A_2B_3 = a$

(أنظر الشكل جانبه)

ليكن β قياس الزاوية الهندسية $\widehat{A_1OB_1}$

حدد β لكي يكون $A_3B_3 = a$

