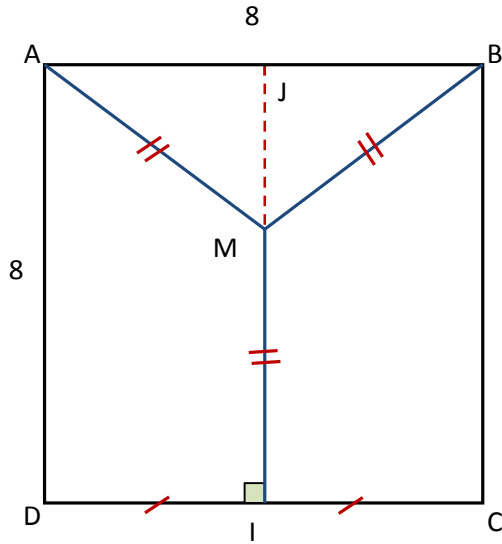


سلسلة 1	أولمبياد الرياضيات حلول مقترحة	الجذع المشترك العلمي و التكنولوجيا
الحلول من اقتراح أذ سمير لخريسي		
تمرين 1 : لدينا : $x + \frac{1}{x} = \sqrt{16} = 4$ وبما أن $x > 0$ فإن : $x + \frac{1}{x} > 0$ منه : $x + \frac{1}{x} = 4$ $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 14 + 2 = 16$ من جديد لدينا : $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = x + 2 + \frac{1}{x} = 4 + 2 = 6$ ، بالتالي : $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{6}$		
تمرين 2 : تذكر بالمتفاوتات الهامة : $\square$ لكل x و y من IR : $x^2 + y^2 \geq 2xy$ (لأن $x^2 + y^2 - 2xy = (x - y)^2 \geq 0$) $\square$ لكل x و y من IR^+ : $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ (لأن $x + y - 2\sqrt{xy} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$) $\square$ لكل x من IR^+ : $x + \frac{1}{x} \geq 2$ (لأن $x + \frac{1}{x} - 2 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0$) باستعمال المتفاوتة الثانية نجد : $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{\frac{a}{c}}$ وأيضا $\frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 2\sqrt{\frac{c}{a}}$ منه : $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{c}} + 2\sqrt{\frac{c}{a}} = 2\left(\sqrt{\frac{a}{c}} + \sqrt{\frac{c}{a}}\right)$ نطبق للمرة الثالثة المتفاوتة الهامة فنجد : $\sqrt{\frac{a}{c}} + \sqrt{\frac{c}{a}} \geq 2\sqrt{\sqrt{\frac{a}{c}} \times \sqrt{\frac{c}{a}}} = 2$ بالتالي : $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 4$		
تمرين 3 : $B - A = 2015(1 + 2 + \dots + 2014) - 2014(1 + 2 + \dots + 2015)$ $= 2015(1 + 2 + \dots + 2014) - 2014(1 + 2 + \dots + 2014 + 2015)$ $= 2015(1 + 2 + \dots + 2014) - 2014(1 + 2 + \dots + 2014) - 2014 \times 2015$ $= (1 + 2 + \dots + 2014)(2015 - 2014) - 2014 \times 2015$ $= (1 + 2 + \dots + 2014) - (2015 + 2015 + 2015 + \dots + 2015) \text{ (2014 fois)}$ $= (1 - 2015) + (2 - 2015) + (3 - 2015) + \dots + (2014 - 2015) < 0$ بالتالي : $B < A$		
تمرين 4 : لدينا : $S_{ABC} = S_{OBC} + S_{OAB} + S_{OAC}$ منه : $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{R \times BC}{2} + \frac{R \times AB}{2} + \frac{R \times AC}{2}$ منه : $AB \times AC = R \times BC + R \times AB + R \times AC$ منه : $AB \times AC = R(BC + AB + AC)$ منه : $R = \frac{AB \times AC}{BC + AB + AC}$ وباستعمال مبرهنة فيثاغورس المباشرة على المثلث ABC القائم الزاوية نجد أن : $BC = 10$ ، بالتالي : $R = \frac{8 \times 6}{8 + 6 + 10} = \frac{48}{24} = 2$		

تمرين 5 :



لتكن J : منتصف $[AB]$ ، إذن مثلث JMB مثلث قائم الزاوية في J ، إذن باستعمال مبرهنة فيثاغورس المباشرة نجد :

$$MB^2 = BJ^2 + MJ^2$$

للتبسيط نضع : $x = AM = BM = IM$

$$MJ = IJ - IM = 8 - x \text{ و } BJ = \frac{AB}{2} = 4 \text{ منه :}$$

$$x^2 = 4^2 + (8 - x)^2$$

$$x^2 = 16 + 64 - 16x + x^2$$

$$16x = 80 \text{ ، بالتالي : } \boxed{AM = 5} \text{ منه :}$$

$$x = \frac{80}{16} = 5$$

إدراج رموز نقط للشكل قصد استعمالها يكون ضروريا في كثير من تمارين أولمبياد الرياضيات الهندسية.