

الأستاذ:
نجيب
عثماني

مستوى الجدع مشترك أدبي
الدرس السادس : المستقيم في المستوى

أكاديمية
الجهة
الشرقية

محتوى الدرس

- 1) معادلات المستقيمات الخاصة (محورا المعلم)
 - المستقيمات الموازية لأحد المحورين
 - المعادلة الديكارتية لمستقيم
 - المعادلة المختصرة
- 2) تقاطع مستقيمين
- 3) توازي وتعادم مستقيمين
- 4) تجويز المستوى بمستقيم: الحل المبياني لمترابحة من الدرجة الأولى بمجهولين ، الحل المبياني لنظمة مترابحات من الدرجة الأولى بمجهولين ، أنشطة حول البرمجة الخطية.

الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس :

- تحديد وإنشاء مستقيم معرف بنقطتين أو بنقطة ومعامله الموجه.
- الحل المبياني لنظمة من معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.
- التعبير والتعرف على توازي أو تعادم مستقيمين.
- التمثيل المبياني لحل أنظمة مترابحتين من الدرجة الأولى بمجهولين واستعماله لتجويز المستوى وحل مسائل من البرمجة الخطية.

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

الجواب: $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{5}$ يعني $\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-2}{7-2}$

$5x-5-2y+6=0$ يعني $5(x-1)=2(y-3)$

$(AB) \quad 5x-2y+1=0$

تمرين 2 نعتبر النقط: $C(5,-2), B(3,1), A(1,-1)$.

حدد معادلة ديكارتية للمستقيمات (AB) و (BC) و (AC)

الجواب: 1) تحديد معادلة للمستقيم (AB)

$(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2}$ يعني $\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-(-1)}{1-(-1)}$

$2x-2-2y-2=0$ يعني $2(x-1)=2(y+1)$

$(AB) \quad 2x-2y-4=0$

2) تحديد معادلة للمستقيم (BC)

$(BC): \frac{x-x_B}{x_C-x_B} = \frac{y-y_B}{y_C-y_B}$

$\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-3}$ يعني $\frac{x-3}{5-3} = \frac{y-1}{-2-1}$

$(BC) \quad -3x-2y+11=0$ يعني $-3(x-3)=2(y-1)$

3) تحديد معادلة للمستقيم (AC)

I. معادلة مستقيم

1. **خاصية:** ليكن $(O, \vec{i}, \vec{j})$ معلما.

كل مستقيم (D) في المستوى له معادلة على الشكل $ax+by+c=0$ حيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D) .

2. تحديد معادلة مستقيم يقطع محوري المعلم

ليكن $(O, \vec{i}, \vec{j})$ معلما و $A(x_A, y_A)$

$B(x_B, y_B)$ نقطتين من المستوى بحيث: $x_A \neq x_B$ و $y_A \neq y_B$

معادلة ديكارتية للمستقيم هي: $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

مثال: $(O, \vec{i}, \vec{j})$ معلم في المستوى $A(1,3)$, $B(2,5)$

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

الجواب: $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2-1}$ يعني $\frac{x-1}{2-1} = \frac{y-3}{5-3}$

$2x-2-y+3=0$ يعني $2(x-1)=1(y-3)$

$(AB) \quad 2x-y+1=0$

تمرين 1 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

النقط التالية: $A(1,2)$, $B(3,7)$

ملاحظة: الكتابة : $y = mx + p$ تسمى المعادلة المختصرة

للمستقيم (D)

m يسمى ميل المستقيم (D) أو المعامل الموجه للمستقيم (D).

تمرين 5 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ المستقيم

(D) الذي معادلته: $-2x + y - 1 = 0$ والنقط التالية :

$C(3,6), B(2,5), A(1,3)$

(1) حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

(2) حدد المعامل الموجه للمستقيم (D).

(3) هل النقط A و B و C تنتمي إلى (D) ؟ (4) أرسم لمستقيم (D)

(الأجوبة: يعني) $-2x + y - 1 = 0$ (D) يعني $y = 2x + 1$

(2) المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m = 2$

(3) $A(1,3)$? نعوض في المعادلة: $y = 2x + 1$ (D) $x = 1$

$A(1,3) \in (D)$ ومنه $y = 2 \times 1 + 1 = 3$

$B(2,5)$? نعوض في المعادلة: $y = 2x + 1$ (D) $x = 2$

$B(2,5) \in (D)$ ومنه $y = 2 \times 2 + 1 = 5$

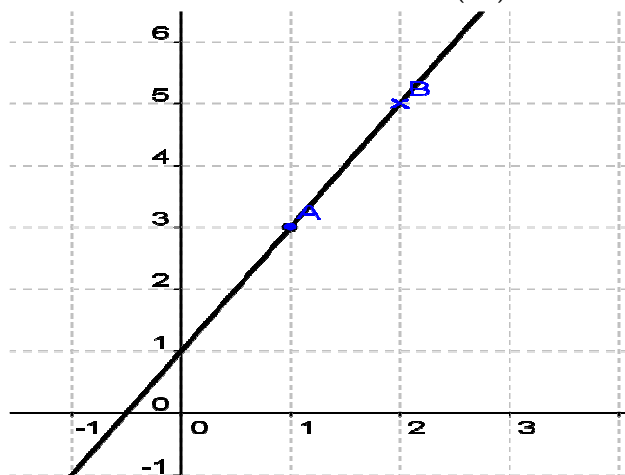
$C(3,6)$? نعوض في المعادلة: $y = 2x + 1$ (D) $x = 3$

$C(3,6) \notin (D)$ ومنه $y = 2 \times 3 + 1 = 7 \neq 6$

(4) رسم لمستقيم (D)

بما أن $A(1,3) \in (D)$ و $B(2,5) \in (D)$

يمكننا رسم (D) برسم النقط A و B



تمرين 6 : نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$

المستقيم (D) الذي معادلته: $3x + y - 2 = 0$ والنقط التالية :

$C(3,4), B(2,-4), A(1,-1)$

(1) حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

(2) حدد المعامل الموجه للمستقيم (D).

(3) هل النقط A و B و C تنتمي إلى (D) ؟ (4) أرسم لمستقيم (D)

(الأجوبة: يعني) $3x + y - 2 = 0$ (D) يعني $y = -3x + 2$

$$(AC): \frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A}$$

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-1} \text{ يعني } \frac{x-1}{5-1} = \frac{y-(-1)}{-2-(-1)}$$

$$-x + 1 - 4y - 4 = 0 \text{ يعني } -(x-1) = 4(y+1)$$

$$(AC) \quad x + 4y + 3 = 0 \text{ يعني } (AC) \quad -x - 4y - 3 = 0$$

3. حالات خاصة

(أ) معادلة مستقيم يوازي محور الأفاصيل

خاصية: معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر

من النقطة $A(x_A, y_A)$ هي : $y = y_A$

(ب) معادلة مستقيم يوازي محور الأرتايب

خاصية: معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأرتايب و

يمر من النقطة $A(x_A, y_A)$ هي : $x = x_A$

تمرين 3 في المستوى $(o, \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقط: $B(4,3), A(-1,2)$

(1) حدد معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر

من النقطة $A(-1,2)$

(2) معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأرتايب و يمر من

النقطة $A(-1,2)$

(3) حدد معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر

من النقطة $B(4,3)$

الجواب: (1) المعادلة هي : $y = y_A$ يعني : $y = 2$

(2) المعادلة هي : $x = x_A$ يعني : $x = -1$

(3) المعادلة هي : $y = y_B$ يعني : $y = 3$

تمرين 4 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ النقط

التالية : $B(-2,4), A(1,3)$

(1) حدد معادلة للمستقيم (AB) (2) أرسم للمستقيم (AB)

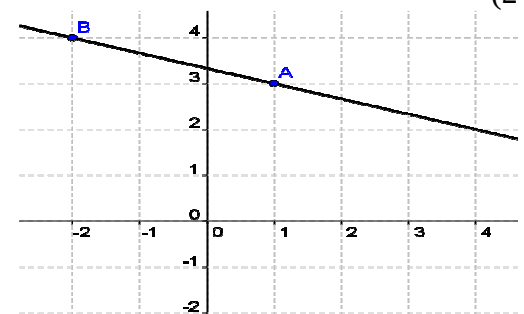
$$(AB): \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \text{ (الجواب: 1)}$$

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{1} \text{ يعني } \frac{x-1}{-2-1} = \frac{y-3}{4-3}$$

$$x - 1 + 3y - 9 = 0 \text{ يعني } 1(x-1) = -3(y-3)$$

$$(AB) \quad x + 3y - 10 = 0$$

(2)



ملاحظة: كل معادلة تكتب على شكل : $ax + by + c = 0$ حيث

$(a,b) \neq (0,0)$ هي معادلة مستقيم.

$$(D): 2x + 3y - 1 = 0 \text{ و } (\Delta): 4x + 6y + 5 = 0$$

هل $(D) \parallel (\Delta)$ ؟

الأجوبة: $(D): 2x + 3y - 1 = 0$ يعني $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m = -\frac{2}{3}$

$(\Delta): 4x + 6y + 5 = 0$ يعني $6y = -4x - 5$

يعني $y = -\frac{4}{6}x - \frac{5}{6}$ يعني $y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{6}$ عني $y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{6}$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (Δ) هو : $m' = -\frac{2}{3}$

وجدنا $m = m'$ يعني أن $(D) \parallel (\Delta)$

تمرين 8 نعتبر المستقيمات (D_1) و (D_2) و (D_3) المعرفة كما يلي

$$(D_1): 5x + y + 2 = 0 \text{ و } (D_2): 2x + y - 1 = 0$$

$$\text{و } (D_3): 4x + 2y + 3 = 0$$

1. بين أن (D_1) و (D_2) متقاطعان.

2. بين أن (D_2) و (D_3) متوازيان قطعاً.

2. المستقيمان المتعامدان

خاصية: $(D): y = mx + p$ و $(\Delta): y = m'x + p'$

$(D) \perp (\Delta)$ يعني أن: $m \times m' = -1$

مثال: $(D'): -x + 2y + 5 = 0$ و $(D): 4x + 2y - 1 = 0$

هل (D) و (D') متعامدان؟

الأجوبة: $(D): 4x + 2y - 1 = 0$ يعني $2y = -4x + 1$ يعني

$$y = -2x + \frac{1}{2} \text{ يعني } y = -\frac{4}{2}x + \frac{1}{2}$$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m = -2$

$$(D'): -x + 2y + 5 = 0 \text{ يعني } 2y = x - 5$$

يعني $y = \frac{x - 5}{2}$ يعني $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ومنه المعامل الموجه

للمستقيم (D') هو : $m' = \frac{1}{2}$

لدينا $m \times m' = -2 \times \frac{1}{2} = -1$ يعني أن $(D') \perp (D)$

تمرين 9 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم

المستقيم: $(D): -2x + y + 3 = 0$ والنقط :

التالية: $A(0, 2)$ و $B(4, 0)$ و $C(3, 3)$ و $D(-1, -5)$ و $E(2, 1)$

(1) حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

(2) هل النقط D و C تنتمي إلى (D) ؟

(3) أرسم لمستقيم (D) و (AB)

(4) هل النقطة E تنتمي إلى (D) ؟ (5) هل النقطة E تنتمي

إلى (AB) ؟

(2) المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m = -3$

(3) $A(1, -1)$ نعوض في المعادلة: $(D)y = -3x + 2$: $x = 1$

$y = -3 \times 1 + 2 = -1$ ومنه $A(1, -1) \in (D)$

$B(2, -4)$ نعوض في المعادلة: $(D)y = -3x + 2$: $x = 2$

$y = -3 \times 2 + 2 = -4$ ومنه $B(2, -4) \in (D)$

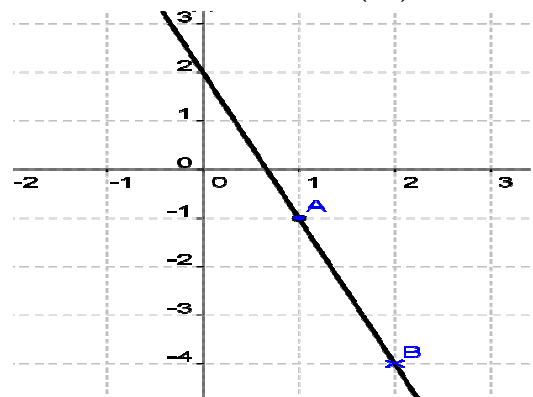
$C(3, 4)$ نعوض في المعادلة: $(D)y = -3x + 2$: $x = 3$

$y = -3 \times 3 + 2 = -7$ ومنه $C(3, 4) \notin (D)$

أرسم لمستقيم (D)

بما أن $A(1, -1) \in (D)$ و $B(2, -4) \in (D)$

يمكننا رسم (D) برسم النقط A و B



الأوضاع النسبية لمستقيمين في المستوى

1. المستقيمان المتوازيان

لقد تعرفت في السنة الفارطة على توازي مستقيمين باستعمال صيغتي معادلتيهما المختصرة.

نعتبر المستقيمين $(D): ax + by + c = 0$

و $(\Delta): a'x + b'y + c' = 0$

خاصية: $(D): y = mx + p$ و $(\Delta): y = m'x + p'$

$(D) \parallel (\Delta)$ يعني أن: $m = m'$

m يسمى ميل المستقيم (D) أو المعامل الموجه للمستقيم (D) .

مثال: $(D): 3x + y - 7 = 0$ و $(D'): 6x + 2y - 3 = 0$

هل (D) و (D') متوازيان؟

الأجوبة: $(D): 3x + y - 7 = 0$ يعني $(D): y = -3x + 7$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m = -3$

$$(D'): 6x + 2y - 3 = 0 \text{ يعني } 2y = -6x + 3$$

يعني $y = -3x + \frac{3}{2}$ يعني $y = -3x + \frac{3}{2}$ ومنه المعامل الموجه

للمستقيم (D') هو : $m' = -3$

وجدنا $m = m'$ يعني أن $(D) \parallel (D')$

تمرين 7 في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(\vec{i}; \vec{j})$

نعتبر المستقيمين التاليين:

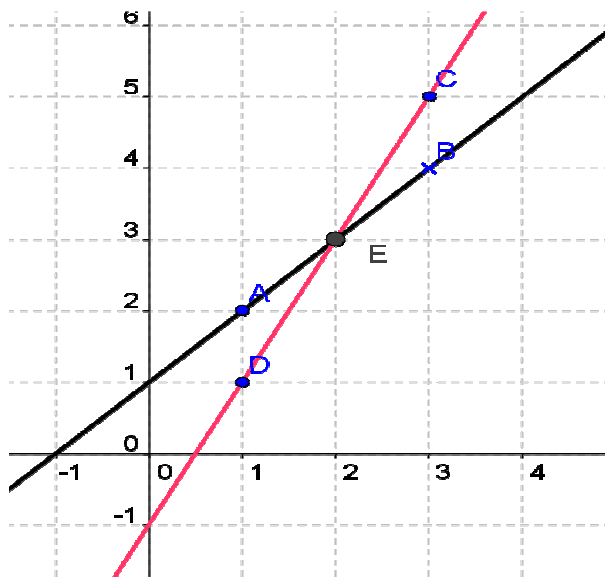
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} \text{ يعني } \frac{x-1}{3-1} = \frac{y-2}{4-2}$$

$$(AB) \quad x - y + 1 = 0 \text{ يعني } x - 1 = y - 2$$

$$(AB) \quad y = x + 1 \text{ يعني}$$

(2) نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

(3) رسم لمستقيم (D) و (AB)



(4) نعم النقط E تنتمي إلى (AB) (5) نعم النقط E تنتمي إلى (D)

(6) المستقيمان (AB) و (D) متقاطعان لأن لهما نقطة مشتركة

ونقطة تقاطعها هي النقط E

تمرين 11 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم المستقيم: $(D): -3x + y + 5 = 0$ والنقط:

التالية: $A(1, 4)$ و $B(-1, -2)$ و $D(2, 1)$ و $C(0, -5)$

(1) حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

(2) هل النقط D و C تنتمي إلى (D) ؟

(3) أرسم لمستقيم (D) و (AB)

(4) تأكد أن (AB) و (D) متوازيان

$$(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A} \text{ (الجواب: 1)}$$

$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-4}{-6} \text{ يعني } \frac{x-1}{-1-1} = \frac{y-4}{-2-4}$$

$$(AB) \quad 3x - 3 - y + 4 = 0 \text{ يعني } \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{3}$$

$$(AB) \quad y = 3x + 1 \text{ يعني}$$

(2) نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

(3) رسم المستقيم (D) و (AB)

(6) تأكد أن (AB) و (D) متعامدان و حدد نقطة تقاطعها

$$(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A} \text{ (الجواب: 1)}$$

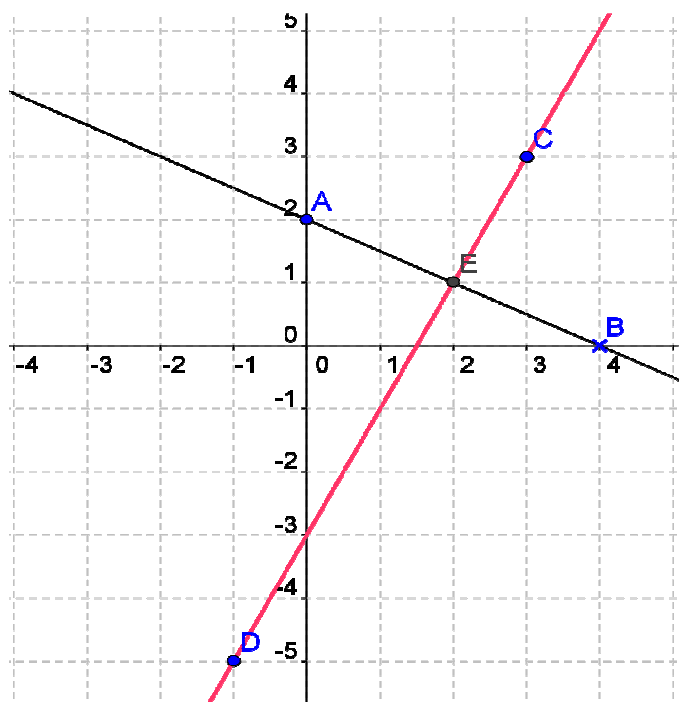
$$\frac{x}{4} = \frac{y-2}{-2} \text{ يعني } \frac{x-0}{4-0} = \frac{y-2}{0-2}$$

$$(AB) \quad -2x - 4y + 8 = 0 \text{ يعني } -2x = 4(y - 2)$$

$$(AB) \quad y = -\frac{1}{2}x + 2 \text{ يعني}$$

(2) نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

(3) رسم لمستقيم (D) و (AB)



(4) نعم النقط E تنتمي إلى (AB) (5) نعم النقط E تنتمي إلى (D)

(6) المستقيمان (AB) و (D) متعامدان لأن:

$$m \times m' = -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

تمرين 10 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم

المستقيم: $(D): -2x + y + 1 = 0$ والنقط التالية: $A(1, 2)$ و $B(3, 4)$

و $C(3, 5)$ و $D(1, 1)$ و $E(2, 3)$

(1) حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

(2) هل النقط D و C تنتمي إلى (D) ؟

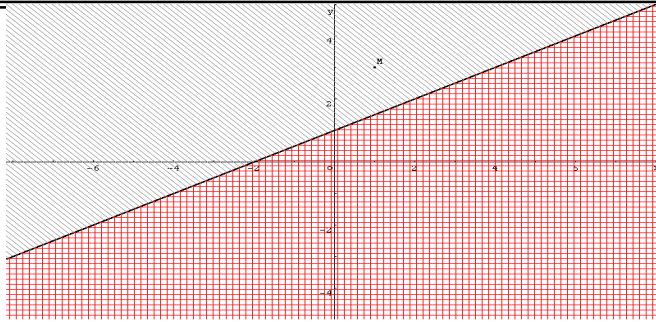
(3) أرسم لمستقيم (D) و (AB)

(4) هل النقط E تنتمي إلى (D) ؟ (5) هل النقط E تنتمي

إلى (AB) ؟

(6) تأكد أن (AB) و (D) متقاطعان و حدد نقطة تقاطعها

$$(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A} \text{ (الجواب: 1)}$$



إشارة $ax + by + c$:

خاصية: نعتبر في المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ المستقيم الذي معادلته

$ax + by + c = 0$ المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى مفتوحين:

■ أحدهما هو مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق

المتفاوتة $ax + by + c > 0$.

■ والآخر هو مجموعة النقط $M(x, y)$ التي

تحقق $ax + by + c < 0$.

كل معادلة تكتب على الشكل $ax + by + c = 0$ حيث $a \neq 0$

أو $b \neq 0$ هي معادلة مستقيم.

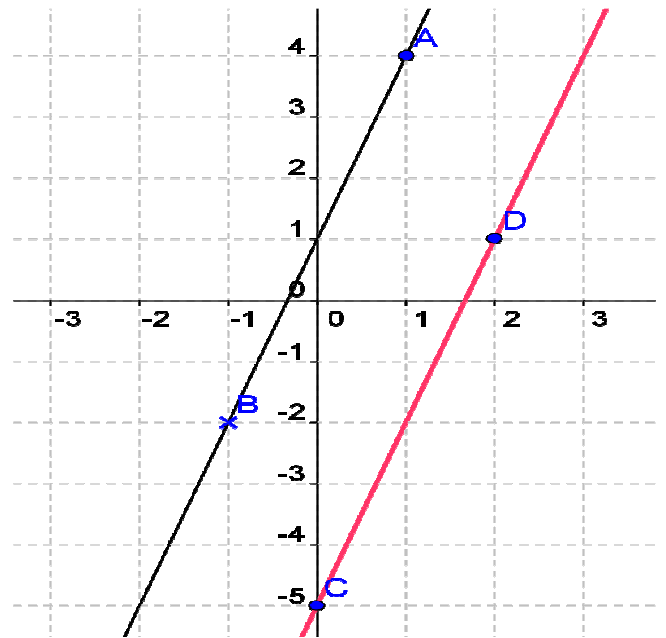
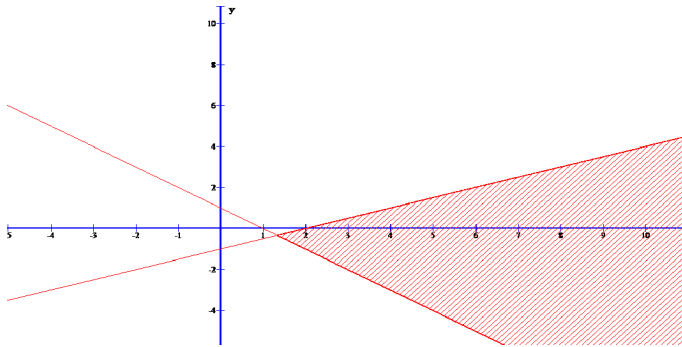
تمرين 16 : حل مبياني النظام التالية:

$$(S_1) \begin{cases} x + y - 1 > 0 \\ -x + 2y + 2 < 0 \end{cases}$$

الجواب : نرسم أولاً المستقيمتين التالية :

$$x + y - 1 = 0; -x + 2y + 2 = 0$$

وبعد ذلك يجب الحصول على الشكل التالي وهو الحل المبياني:



4) نعم (AB) و (D) متوازيان لأن لهما نفس الميل هو $m = 3$

II. المتراجحات والتجوية

دراسة مثال: في الشكل أسفله نعتبر المستقيم (D) الذي

معادلته: $\frac{1}{2}x - y + 1 = 0$. المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى

حافتها (D) أحدهما يحتوي على النقطة O (أصل المعلم) و نرمز

له بالرمز (P_2) و للآخر بالرمز (P_1) .

← النقطة $A(1, 1)$ تنتمي إلى (P_2) و تحقق:

$$\frac{1}{2}x_A - y_A + 1 > 0 \text{ لأن: } \frac{1}{2} \times 1 - 1 + 1 > 0$$

← النقطة $B(-2, 1)$ تنتمي إلى (P_1) و تحقق:

$$\frac{1}{2}x_B - y_B + 1 < 0 \text{ لأن: } \frac{1}{2} \times (-2) - 1 + 1 < 0$$

إذا أخذنا نقطة أخرى M تنتمي إلى نصف المستوى (P_2) .

فان المتفاوتة $\frac{1}{2}x_M - y_M + 1 > 0$ محققة (يمكنك التحقق من بعض النقط).

و إذا أخذنا نقطة أخرى N تنتمي إلى نصف المستوى (P_1) .

فان المتفاوتة $\frac{1}{2}x_N - y_N + 1 < 0$ محققة.

و بالتالي كل نقطة $M(x, y)$ من (P_2) تحقق $\frac{1}{2}x - y + 1 > 0$.

و كل نقطة $M(x, y)$ من (P_1) تحقق $\frac{1}{2}x - y + 1 < 0$.