Direction provinciale : Khemisset Etablissement : Lycée collégiale Mohammed ELQOURI Matière : Mathématiques	Chapitre : Système de deux équations du premier degré à deux inconnues	Année Scolaire 2019/2020 Niveau : 3APIC Prof : LAHSAINI Yassin

I- équation du premier degré à deux inconnues :

1- Définition : toute équation de la forme $ax + by + c = 0$ est appelé équation du premier degré à deux inconnues tels que a, b et c sont des nombres réels connues. (Premier degré : les exposants de x et y c'est 1 ; deux inconnues : x et y)

2- Solution d'équation du premier degré à deux inconnues :

Résoudre une équation du premier degré à deux inconnues, c'est trouver tous les couples $(x\,;y\,)$qui vérifient cette équation.

(E) : $2x - y + 3 = 0$ est une équation du premier degré à deux inconnues. Le couple (0 ; 3) est une solution de cette équation car $2 \times 0 - 3 + 3 = 0 - 3 + 3 = -3 + 3 = 0$ et $(\frac{1}{2}\,;4)$ est une autre solution de cette équation car $2 \times \frac{1}{2} - 4 + 3 = 1 - 4 + 3 = -3 + 3 = 0$ .l'équation (E)admet une infinité de solutions ; et puisque elle peut s'écrire sous la forme (E): $y = 2x + 3$ donc toute solution de (E) est de la forme : $(x; 2x + 3\,)$.(on donne une valeur à x et on calcule la valeur de y).

Remarque : la représentation graphique des solutions d'équation du premier degré à deux inconnues est une droite.

Exemple : dans le repère orthonormé$(O\,,I,J\,)$, la droite (D) d'équation $y = 2x + 3$ est la représentation graphique de l'équation: $2x - y + 3 = 0$.(voir figure Ci-dessous).

II- Système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

1- Définition :$a\,, b, c, a', b' et\ c'$ sont des nombres réels fixes, et x et y sont des inconnues.

L'écriture (S) $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ est un système de deux équations du premier degré à deux inconnues $x\ et\ y$.

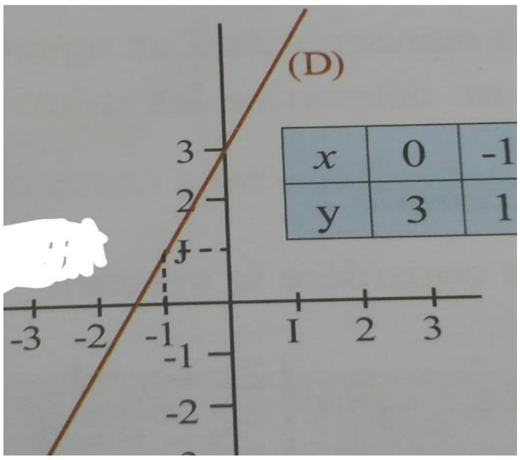
2- Solution du Système de deux équations du premier degré à deux inconnues :

Résoudre un tel système, c'est trouver tous les couples $(x\,;y\,)$ qui vérifient simultanément les deux équations du système $\mathrm{ax + by = c}$ et $\mathrm{a'x + b'y = c'}$.

Exemple :

Soit le système (S) $\begin{cases} 4x + 3y = 5 & ❶ \\ x - 2y = 4 & ❷ \end{cases}$

- ❖ Le couple $(-1\,;3\,)$vérifie l'équation ❶ $(\,4 \times (-1) + 3 \times 3 = -4 + 9 = 5)$ mais ne vérifie pas l'équation ❷ $(\,-1 - 2 \times 3 = -1 - 6 = -7 \neq 4\,)$. Donc le couple $(-1\,;3\,)$ n'est pas une solution du système (S)
- ❖ Le couple $(-1\,;2\,)$ ne vérifie l'équation ❶ $(4 \times (-1) + 3 \times 2 = -4 + 6 = 2 \neq 5)$ donc le couple $(-1\,;2\,)$ n'est pas une solution du système (S).
- ❖ Le couple $(2; -1\,)$vérifie l'équation ❶ $(\,4 \times 2 + 3 \times (-1) = 8 - 3 = 5)$ et vérifie l'équation ❷ $(2 - 2 \times (-1) = 2 + 2 = 4\,)$. Donc le couple $(2\,;-1\,)$ est une solution du système (S).



III- Méthodes de résolution d'un système

1- Méthode graphique :

Pour résoudre graphiquement le système (S) $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

On représente dans un repère les droites d'équations respectives : $ax+by-c=0$ et $a'x+b'y-c'=0$ et on détermine les solutions du système à partir des points communs aux deux droites.

Exemples :

Exemple 1 : on considère le système :

$(S_1)\ \begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x-y=2 \end{cases}$

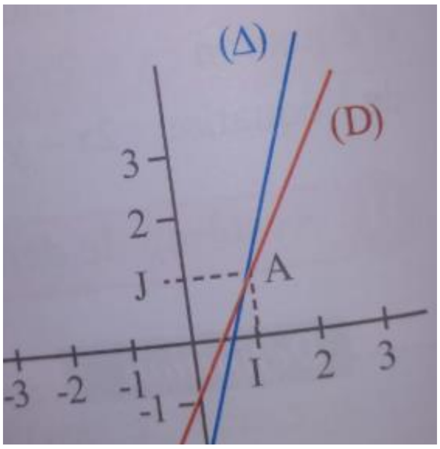
Le système (S) est équivalent à :

$\begin{cases} y=2x-1 \\ y=3x-2 \end{cases}$

Dans un repère orthonormé (O ; I ; J) je représente la droite (D) d'équation $y=2x-1$ et la droite (Δ) d'équation $y=3x-2$.

(D) et (Δ) se coupent au point $A(\ 1\ ;1\ )$

Donc le couple (1 ; 1) est la solution unique du système(S_1) .



Exemple 2 : on considère le système :

$(S_2)\ \begin{cases} 2x-y-1=0 \\ 4x-2y-6=0 \end{cases}$

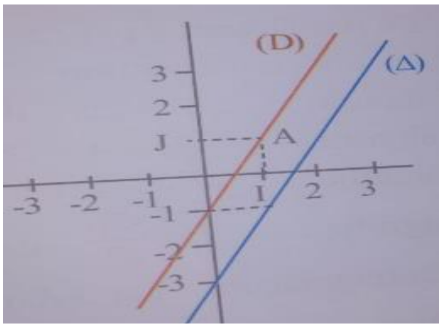
(S_2) est équivalent à :

$\begin{cases} y=2x-1 \\ y=2x-3 \end{cases}$

Dans un repère orthonormé (O ; I ;J) je représente la droite (D)d'équation $y=2x-1$ et la droite (Δ) d'équation $y=2x-3$.

Les droites (D) et (Δ) sont strictement parallèles. (Elles ont le même coefficient directeur (parallèles) et leurs ordonnées à l'origine sont différentes (pas du point commun)).

Donc le système (S_2) n'admet pas de solution.



Exemple 3 : on considère le système :

$(S_3)\ \begin{cases} 2x-y-1=0 \\ 4x-2y-2=0 \end{cases}$

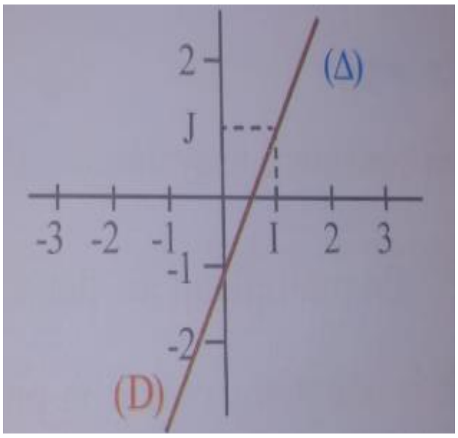
(S_3) Est équivalent à :

$\begin{cases} y=2x-1 \\ y=2x-1 \end{cases}$

Je remarque que les équations du système sont équivalent ((D) et (Δ) sont confondues).Donc les solutions du système (S_3) sont les solutions de l'équation$y=2x-1$.

Le système (S_3) admet une infinité de solutions.

Les couples $(x;2x-1)$ sont les solutions du système(S_3).



2 – Méthodes algébriques

A- Résolution par substitution :

Principe : Dans cette méthode, on exprime une des inconnues en fonction de l'autre dans une équation. On remplace ensuite dans l'autre équation.

Exemple 1 : on considère le système suivant :$(S_1)\begin{cases} 2x-y=1 \ ❶ \\ 3x-y=2 \ ❷ \end{cases}$

❖ D'après l'équation ❶ on a $2x-1=y$, dans l'équation ❷ on remplace y $par 2x-1$

On trouve $3x-(2x-1)=2$ on développe $3x-2x+1=2$ alors $x=2-1$ d'où $x=1$

❖ Dans $2x-1=y$ on remplace x par 1 et on calcule y c'est-à-dire $y=2\times1-1=2-1=1$ d'où $y=1$

❖ Le couple (2 ; 1) est la solution unique du système(S_1)

Exemple 2: on considère le système suivant : $(S_2)\begin{cases} 2x-y=1 \ ❶ \\ 4x-2y=6 \ ❷ \end{cases}$

D'après l'équation ❷ $4x=6+2y$ on divise par 4 on trouve $x=3+\frac{1}{2}y$ .Dans l'équation ❶ on remplace x par $3+\frac{1}{2}y$ on trouve $2\left(3+\frac{1}{2}y\right)-y=1$ on développe $6+y-y=1$ d'où $6=1$ ce qui est impossible d'où le système (S_2) n'admet pas de solution.

Exemple 3: on considère le système suivant : (S_3) $\begin{cases} 2x - y = 1 & ❶ \\ 4x - 2y = 2 & ❷ \end{cases}$

- ❖ D'après l'équation ❶ on a $y = 2x - 1$
- ❖ On remplace $y\ par\ 2x - 1$ dans l'équation ❷ on trouve $4x - 2(2x - 1) = 2$ on développe $4x - 4x + 2 = 2$ d'où $0x + 2 = 2$ cela est valable pour toutes les valeurs de x .
- ❖ Le système admet une infinité de solutions (S_3)

B- Résolution par combinaison linéaire :

Principe : Dans cette méthode, on multiplie les deux membres de chaque équation par des nombres choisie de sorte qu'en additionnant membre à membre les équations obtenues, l'une des inconnues est disparue.

Exemple : on considère le système (S)

(S) $\begin{cases} 4x + 3y = 3 & ❶ \\ 5x + 2y = -5 & ❷ \end{cases}$ On multiplie l'équation ❶ par 2 et l'équation ❷ par -3 $\begin{cases} 2(4x + 3y = 3) \\ -3(5x + 2y = -5) \end{cases}$

On trouve $\begin{cases} 8x + 6y = 6 \\ -15 - 6y = 15 \end{cases}$ On additionnant membre à membre on obtient : $8x - 15x + 6y - 6y = 6 + 15$

Alors $-7x = 21$ on divise par -7 on trouve $x = -3$

Dans l'équation 1 (ou 2) on remplace x par -3 on trouve $4 \times (-3) + 3y = 3$ alors $-12 + 3y = 3$ d'où $3y = 3 + 12$

$3y = 15$ on divise par 3 on trouve $y = 5$

Le couple $(-3\,;5\,)$ est la solution unique de ce système.

IV – les systèmes et la résolution des problèmes

Exemple :

Quatre sandwichs et cinq jus d'orange coûtent 88Dh.
Trois sandwichs et sept jus d'orange coûtent 79Dh.
Quel est le prix d'un sandwich et le prix d'un jus d'orange.

Réponse :

❖ Choix des inconnues :

- ✓ Prix d'un sandwich : x
- ✓ Prix d'un jus d'orange : y

❖ Mise en système :

- ✓ Le prix de quatre sandwichs est $4x$
- ✓ Le prix de cinq jus d'orange est $5y$

Alors le prix de quatre sandwichs et cinq jus d'orange est $4x + 5y$
D'après le texte le prix de quatre sandwichs et cinq jus d'orange est $88Dh$
D'où $4x + 5y = 88$

- ✓ Le prix de trois sandwichs est $3x$
- ✓ Le prix de sept jus d'orange est $7y$

Alors le prix de trois sandwichs et sept jus d'orange est $3x + 7y$
D'après le texte le prix de trois sandwichs et sept jus d'orange est $79Dh$
D'où $3x + 7y = 79$

Finalement notre le système est la suivante :

(S) $\begin{cases} 4x + 5y = 88 & ❶ \\ 3x + 7y = 79 & ❷ \end{cases}$

❖ Résolution du système :

D'après l'équation ❶ on a :$4x = 88 - 5y$ alors $\frac{4x}{4} = \frac{88-5y}{4}$ d'où $x = \frac{88-5y}{4}$. dans l'équation ❷ on remplaçant $x\ par\ \frac{88-5y}{4}$ on trouve

$3\left(\frac{88-5y}{4}\right) + 7y = 79$

$\frac{3 \times 88 - 3 \times 5y + 4 \times 7y}{4} = 79$

$264 - 15y + 28y = 79 \times 4$

$13y = 316 - 264$

$13y = 52$

$y = \frac{52}{13} = \frac{13 \times 4}{13}$

D'où $y = 4$

On remplaçant y par 4 dans l'équation ❶ on trouve : $4x + 5 \times 4 = 88$

$4x = 88 - 20$

$4x = 68$

$x = \frac{68}{4} = \frac{17 \times 4}{4}$

D'où $x = 17$

❖ Conclusion

- ✓ Le prix d'un sandwich est 17Dh
- ✓ Le prix d'un jus d'orange est 4Dh.

❖ Vérification

- ✓ $4 \times 17 + 5 \times 4 = 68 + 20 = 88$
- ✓ $3 \times 17 + 7 \times 4 = 51 + 28 = 79$