

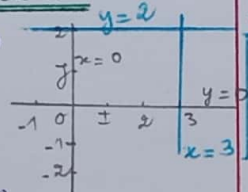
l'équation réduite d'une droite

Définition

L'équation réduite de la droite (D) est de la forme: $y = mx + p$
 m : coefficient directeur (pente)
 p : l'ordonnée à l'origine

Cas particuliers

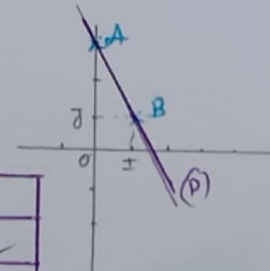
- * l'équation de l'axe des abscisses est: $y = 0$
- * l'équation de l'axe des ordonnées est: $x = 0$
- * l'équation de la droite horizontale passant par le point $M(a; b)$ est: $y = b$
- * l'équation de la droite verticale passant par le point $M(a; b)$ est: $x = a$



Construction d'une droite définie par son équation:

On considère la droite: (D): $y = -2x + 3$
 pour construire la droite (D), on se base sur le tableau suivant: (deux points)

x	0	1
y	3	1
$M(x, y)$	$A(0, 3)$	$B(1, 1)$



Détermination de l'équation d'une droite

Pente d'une droite définie par deux points

$A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ avec $x_A \neq x_B$
 la pente de la droite (AB) est: $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

$$m = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$$

En gardant l'ordre

Equation caractéristique d'une droite définie par deux points

On considère $A(1, -2)$ et $B(-2, 3)$
 l'équation réduite de la droite (AB) s'écrit sous la forme: (AB): $y = mx + p$
 déterminons m

$$\text{donc } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - (-2)}{-2 - 1} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}$$

$$(AB): y = -\frac{5}{3}x + p$$

déterminons p

$$\text{On a } A \in (AB) \Rightarrow y_A = -\frac{5}{3}x_A + p \Rightarrow -2 = -\frac{5}{3} \times 1 + p \Rightarrow p = -\frac{1}{3}$$

$$(AB): y = -\frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$$

Equation réduite d'une droite définie par sa pente et un point

Déterminons l'équation réduite de la droite (Δ) de pente 3 et passant par $E(2; -1)$

l'équation réduite de la droite (Δ) est: (Δ): $y = 3x + p$

On a $E \in (Δ)$

$$\Rightarrow y_E = 3x_E + p \Rightarrow -1 = 3 \times 2 + p \Rightarrow p = -7$$

$$(Δ): y = 3x - 7$$

Parallélisme et orthogonalité de deux droites

Condition de parallélisme

deux droites sont parallèles si et seulement si ils ont la même pente

$$(D): y = mx + p \text{ et } (D'): y = m'x + p'$$

$$(D) \parallel (D') \text{ équivaut à } m = m'$$

$$2 = 2 \times (-1) + p \Rightarrow p = 4$$

$$\text{Ainsi: } (Δ): y = 2x + 4$$

Exemple

On considère la droite: (D): $y = 2x - 1$
 Déterminons l'équation de la droite (Δ) passant par $A(-1, 2)$ et parallèle à (D)

* l'équation réduite de (Δ) est:

$$(Δ): y = mx + p$$

On a $(Δ) \parallel (D)$

$$\text{donc } m = 2$$

$$\Rightarrow (Δ): y = 2x + p$$

comme $A \in (Δ)$

$$\text{donc } y_A = 2x_A + p$$

Exemple

On considère la droite (D): $y = -4x + 3$
 Déterminons l'équation de la droite (Δ) passant par $B(0; -1)$ et perpendiculaire à (D)

* l'équation réduite de (Δ) est:

$$(Δ): y = mx + p$$

On a: $(Δ) \perp (D)$

$$\text{donc: } mx - 4 = -1$$

$$\Rightarrow m = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Ainsi: } (Δ): y = \frac{1}{4}x + p$$

Condition d'orthogonalité

deux droites sont perpendiculaires si et seulement si le produit de leurs pentes est égale à -1

$$(D): y = mx + p \text{ et } (D'): y = m'x + p'$$

$$(D) \perp (D') \text{ équivaut à } m \times m' = -1$$

comme $B \in (Δ)$

$$\Rightarrow y_B = \frac{1}{4}x_B + p \text{ car } -1 = \frac{1}{4} \times 0 + p$$

$$\Rightarrow p = -1$$

$$\text{Ainsi: } (Δ): y = \frac{1}{4}x - 1$$