Equation d'une droite

Correction

Exercice 1 : droites parallèles ou pas.

Le plan muni d'un repère. On considère des droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ données par leurs équations. Dans chaque cas, déterminer si $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont parallèles, confondues ou sécantes.

a. $\mathcal{D}_1 : y = 3x - 2$; $\mathcal{D}_2 : y = 3x + \frac{3}{2}$

$\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ ont le même coefficient directeur 3 et des ordonnées à l'origine différentes – 2 et $\frac{3}{2}$.
$\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont parallèles.

a. $\mathcal{D}_1 : x - 3y + 3 = 0$; $\mathcal{D}_2 : -\frac{1}{3}x + y - 1 = 0$

$x - 3y + 3 = 0$ équivaut à : $y = \frac{1}{3}x + 1$
$-\frac{1}{3}x + y - 1 = 0$ équivaut à : $y = \frac{1}{3}x + 1$
Même équation, donc $\mathcal{D}_1$ est $\mathcal{D}_2$ sont confondues.

a. $\mathcal{D}_1 : y = -6$; $\mathcal{D}_2 : x = -6$

$\mathcal{D}_1$ est parallèle à l'axe des abscisses. $\mathcal{D}_2$ est parallèle à l'axe des ordonnées donc $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont sécantes.

Exercice 2 : Equation d'une droite

Le plan muni d'un repère. On considère A (2 ; 1) et B (-3 ; 2) On se propose de déterminer une équation de la droite (AB) par deux méthodes.

a. Première méthode : Justifier que la droite (AB) a une équation de la forme y = ax + b. Calculer le coefficient directeur a puis déterminer l'ordonnée à l'origine b.

Les abscisses de A et B sont différentes. Donc la droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées et son équation est de la forme y = ax + b.

On sait que

$$a = \frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)} = \frac{2-1}{-3-2} = -\frac{1}{5}$$

Donc (AB) a une équation de la forme : $y = -\frac{1}{5}x + b$

Comme B (-3 ; 2) appartient à la droite (AB), on a :

$$2 = -\frac{1}{5} X(-3) + b$$

$$b = -\frac{13}{5}$$

Par conséquent (AB) a pour équation :

$$y = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$$

b. Deuxième méthode : Déterminer la fonction affine f représentée par la droite (AB).

f est une fonction affine, donc f(x) = ax +b pour tout réel x.

Sa représentation graphique passe par les point A (2 ; 1) et B (-3 ; 2).

Equivaut à $\begin{cases} f(2) = 1 \\ f(-3) = 2 \end{cases}$

On en déduit que $\begin{cases} 2a + b = 1 \\ -3a + b = 2 \end{cases}$

En soustrayant membre à membre les deux équations on obtient :

$$5a = -1 ; \ a = -\frac{1}{5}$$

En remplaçant a dans la première équation on obtient :

$$2a + b = 1 ; \ 2X\left(-\frac{1}{5}\right) + b = 1$$

$$b = 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

$$f(x) = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$$