

FONCTIONS AFFINES

Exemple :

f est une fonction affine de la forme :

$$f : x \mapsto ax + b$$

Déterminer a et b sachant que :

$$f(3) = 1 \quad \text{et} \quad f(5) = 9$$

1. On utilise les deux données du problème :

Puisque $f(3) = 1$, Alors

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ \text{devient :} \\ 1 &= 3a + b \end{aligned}$$

Puisque $f(5) = 9$, Alors

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ \text{devient :} \\ 9 &= 5a + b \end{aligned}$$

2. On résout le système de deux équations à deux inconnues ainsi obtenu :

$$\begin{cases} 5a + b = 9 \\ 3a + b = 1 \end{cases}$$

On soustrait les deux équations pour éliminer b :

$$\begin{aligned} (-) \hookrightarrow & \begin{cases} 5a + b = 9 \\ 3a + b = 1 \end{cases} \\ 2a &= 8 \\ a &= \frac{8}{2} = 4 \end{aligned}$$

On « injecte » la valeur de a dans l'une des deux équations pour obtenir b :

$$\begin{aligned} 1 &= 3a + b \\ 1 &= 3 \times 4 + b \\ 1 &= 12 + b \\ 1 - 12 &= b \\ -11 &= b \end{aligned}$$

3. Conclusion :

$$f : x \mapsto 4x - 11$$

EXERCICE 1

f est une fonction affine de la forme :

$$f : x \mapsto ax + b$$

Déterminer a et b sachant que :

$$f(2) = 5 \quad \text{et} \quad f(7) = 15$$

1. On utilise les deux données du problème :

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ \text{devient :} \\ 5 &= 2a + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ \text{devient :} \\ 15 &= 7a + b \end{aligned}$$

2. On résout le système de deux équations à deux inconnues ainsi obtenu :

$$\begin{cases} 2a + b = 5 \\ 7a + b = 15 \end{cases}$$

On soustrait la première équation à la deuxième équation pour éliminer b :

$$\begin{aligned} (7a+b)-(2a+b) &= 15-5 \\ 7a+b-2a-b &= 10 \\ 5a &= 10 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

On injecte la valeur de a dans la première équation :

$$\begin{aligned} 2a + b &= 5 \\ 2 \times 2 + b &= 5 \\ 4 + b &= 5 \\ b &= 5 - 4 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

3. Conclusion :

$$f : x \mapsto 2x + 1$$

EXERCICE 2

g est une fonction affine de la forme :

$$g : x \mapsto ax + b$$

Déterminer a et b sachant que :

$$g(2) = 11 \quad \text{et} \quad g(-1) = 2$$

1. On utilise les deux données du problème :

$$\begin{aligned} g(x) &= ax + b \\ \text{devient :} \\ 11 &= 2a + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= ax + b \\ \text{devient :} \\ 2 &= -a + b \end{aligned}$$

2. On résout le système de deux équations à deux inconnues ainsi obtenu :

$$\begin{cases} 2a + b = 11 \\ -a + b = 2 \end{cases}$$

On soustrait la deuxième équation à la première équation pour éliminer b :

$$\begin{aligned} (2a+b)-(-a+b) &= 11-2 \\ 2a+b+a-b &= 9 \\ 3a &= 9 \\ a &= 3 \end{aligned}$$

On injecte la valeur de a dans la première équation :

$$\begin{aligned} 2a + b &= 11 \\ 2 \times 3 + b &= 11 \\ 6 + b &= 11 \\ b &= 11 - 6 \\ b &= 5 \end{aligned}$$

3. Conclusion :

$$g : x \mapsto 3x + 5$$

EXERCICE 3

h est une fonction affine de la forme :

$$h : x \mapsto ax + b$$

Déterminer a et b sachant que :

$$h(-3) = -13 \quad \text{et} \quad h(1) = 3$$

1. On utilise les deux données du problème :

$$\begin{aligned} h(x) &= ax + b \\ \text{devient :} \\ -13 &= -3a + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(x) &= ax + b \\ \text{devient :} \\ 3 &= a + b \end{aligned}$$

2. On résout le système de deux équations à deux inconnues ainsi obtenu :

$$\begin{cases} -3a + b = -13 \\ a + b = 3 \end{cases}$$

On soustrait la première équation à la deuxième équation pour éliminer b :

$$\begin{aligned} (a+b)-(-3a+b) &= 3-(-13) \\ a+b+3a-b &= 3+13 \\ 4a &= 16 \\ a &= 4 \end{aligned}$$

On injecte la valeur de a dans la deuxième équation :

$$\begin{aligned} a+b &= 3 \\ 4+b &= 3 \\ b &= 3-4 \\ b &= -1 \end{aligned}$$

3. Conclusion :

$$h : x \mapsto 4x - 1$$