Etablissement : lycée Collégiale Mohammed ELQOURI	Matière : Mathématiques	Niveau : 3APIC
Année Scolaire : 2019/2020 Professeur : LAHSAINI Yassin	Chapitre 3 : Repère dans le plan	Semestre : 2

I - Coordonnées d'un point

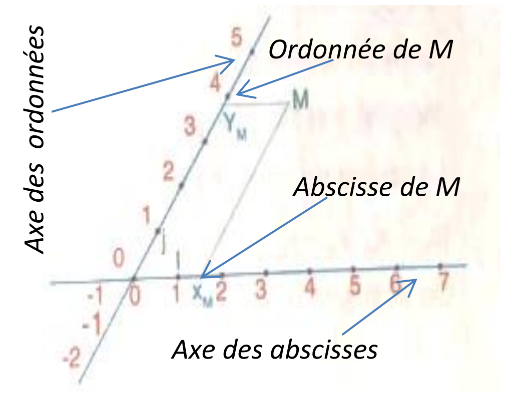
1- Définition et type des repères :

On considère trois points du plan non alignés O, I et J. On dit alors que (O, I, J) définit un repère du plan.

¬ Si (OI) et (OJ) sont perpendiculaires, on dit que le repère est orthogonal.

¬ Si de plus OI=OJ.On dit que le repère est orthonormé.

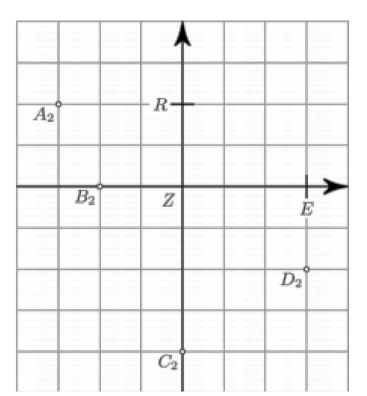
¬Dans un repère (O, I, J) : O est appelé origine du repère ; l'axe graduée (OI) est appelé axe des abscisses et l'axe graduée (OJ) est appelé axe des ordonnées.



Repère quelconque

Les axes peuvent avoir n'importe quelle orientation et les graduations choisies pour les deux axes peuvent être différentes

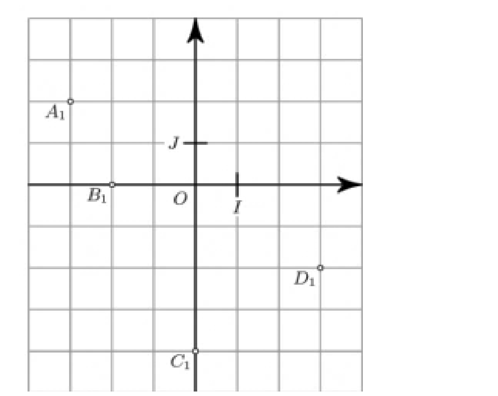
Figure 1



Repère orthogonal

Les deux axes sont perpendiculaires mais les graduations des deux axes peuvent être différentes

Figure 2



Repère orthonormé

Les deux axes sont perpendiculaires et portent des graduations identiques (le point O est équidistant de I et J).

Figure 3

2- Coordonnées d'un point

(O, I, J) est un repère et M un point du plan :

¬ La droite qui passe par M et qu'est parallèle à(OJ) coupe (OI) en un point d'abscisse noté x_M que l'on appelle abscisse du point M. ***(Figure*** 1)

¬ La droite qui passe par M et qu'est parallèle à(OI) coupe (OJ) en un point d'abscisse noté y_M que l'on appelle ordonnée du point M. ***(Figure*** 1)

¬ x_M et y_M sont appelé les coordonnées du point M on le note M(x_M , y_M).

Remarque :

¬ Si un point appartient à l'axe des abscisses alors son ordonnée est 0

¬ Si un point appartient à l'axe des ordonnées alors son abscisse est 0

Exemples :

¬ Le point D_1 à comme abscisse 3 et comme ordonnée -2 on écrit : $D_1(3,-2)$

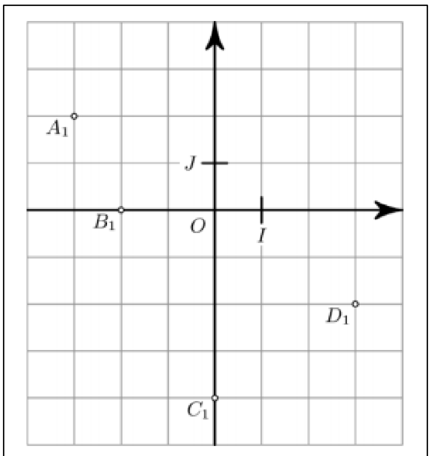
¬Le point B_1 à comme abscisse -2 et comme ordonnée 0 on écrit : $A_1(-2,0)$

Application :

¬ Donner les coordonnées des points A_1 et C_1

....

¬ sur le repère (O,I,J) tracer les points des coordonnées suivants :
A(2,3) ; B(0,2) et D(-3-2) .



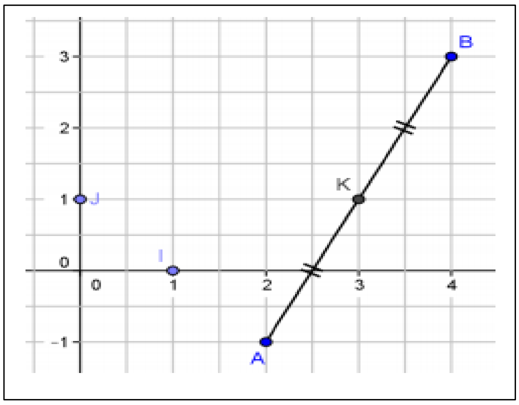
II- Les coordonnées du milieu d'un segment

Propriété : Dans le plan menu d'un repère, si on a $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ alors les coordonnées de M le milieu de [AB] sont : $x_M = \frac{x_A+x_B}{2}$ et $y_M = \frac{y_A+y_B}{2}$ .on écrit $M(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2})$.

Exemple :

¬ considère les points : A(2;-1) et B(4;3) alors les coordonnées de K, le milieu de [AB] sont :

$x_K = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$ et $y_K = \frac{y_A+y_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$ .finalement K(3,1)



Application :

¬ On considère les points A(2;-1),B(3;2),C(-1;3) et D(-2;0) .

Montrer que le quadrilatère ABCD est parallélogramme

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

III - Les coordonnées d'un vecteur

Propriété 1 :

¬ Dans un repère si deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $x_B - x_A$ et $y_B - y_A$ on écrit : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A , y_B - y_A)$

¬ On peut lire directement les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$sur le repère en décomposant le déplacement de A à B en un déplacement horizontal et un déplacement vertical.

Propriété 2 :

Deux vecteurs sont égaux signifie qu'ils ont les mêmes coordonnées.

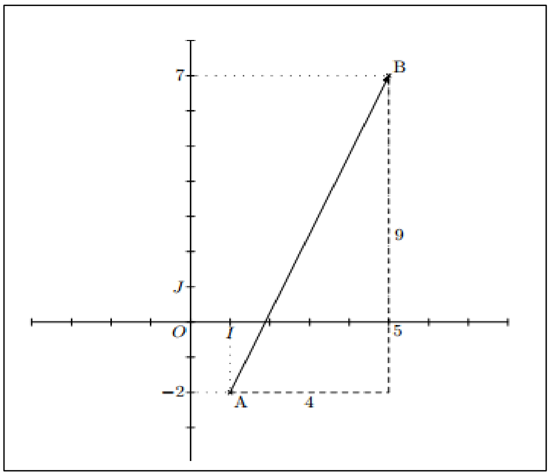
Autrement dit $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que : $x_B - x_A = x_D - x_C$ et $y_B - y_A = y_D - y_C$.

Propriété 2 :

Soient $\overrightarrow{AB}(a , b)$ et $\overrightarrow{CD}(c , d)$ et k un nombre réel alors : k×$\overrightarrow{AB}(k \times a; k \times b)$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ =(a+c ; b+d)

Exemple :

¬Pour déplacer de A vers B , en fait un déplacement horizontal par 4 unités et un déplacement vertical par 9 unités alors les coordonnées de vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont : $\overrightarrow{AB}(4,9)$.



¬D'autre manière on a : A(1,-2) et B(5,7) alors $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A , y_B - y_A)$

Alors $\overrightarrow{AB}$ (5-1 , 7-(-2)) d'où $\overrightarrow{AB}(4,9)$

¬ 2 $\overrightarrow{AB}(2 \times 4{,}2 \times 9)$ d'où 2 $\overrightarrow{AB}(8 ; 18)$

¬ $\overrightarrow{OI}$(1-0, 0-0) alors $\overrightarrow{OI}$(1 ;0) et $\overrightarrow{OJ}$(0-0 ; 1-0) alors $\overrightarrow{OJ}(0; 1)$ d'où $(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OJ})$(1+0 ; 0+1) finalement $(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OJ})$(1 ; 1)

Application :

¬On considère les points A(2;-1),B(3;2),C(-1;3) et D(-2;0) .

Montrer que le quadrilatère ABCD est parallélogramme

……………………………………………………………………………………………………

¬Déterminer les coordonnées de : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$: ……………………………………………………

¬Déterminer les coordonnées de E pour que ABCE soit un parallélogramme

……………………………………………………………………………………………………

IV - Distance entre deux points

Propriété :

¬Dans un repère orthonormé, si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Conséquence : si $\overrightarrow{AB}(a , b)$ alors AB=$\sqrt{a^2 + b^2}$

Exemple :

¬soient A(2,4) et B(5,8) , alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(5-2)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$; d'autre manière on a $\overrightarrow{AB}(5-2; 8-4)$ signifie que $\overrightarrow{AB}(3 , 4)$ alors AB = $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$=5

¬Application : Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points : A (-3 ; 4) , B(2,2) et C(4 ; -3) .

Montrer que le triangle ABC est isocèle.