DÉCOUVERTE : COMPOSÉE DE DEUX SYMÉTRIES CENTRALES

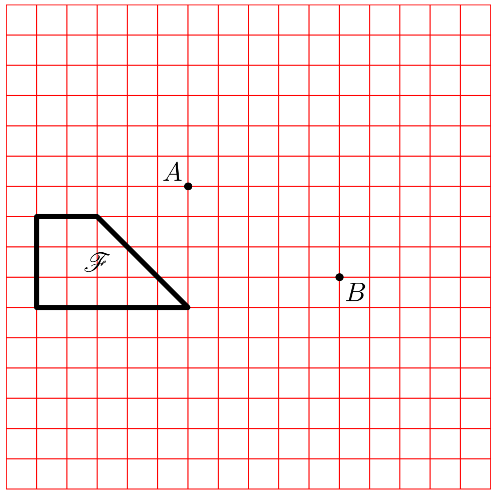
Construction et observation

1. Sur le quadrillage ci-contre, tracer en noir l'image $\mathscr{F}_1$ de la figure $\mathscr{F}$ par la symétrie de centre A.

2. Sur ce même quadrillage, tracer en rouge l'image $\mathscr{F}'$ de la figure $\mathscr{F}_1$ par la symétrie de centre B. On dit que $\mathscr{F}'$ est l'image de $\mathscr{F}$ par la **composée des deux symétries centrales** (*symétrie de centre A suivie de la symétrie de centre B*).

3. Par quelle transformation peut-on, d'après vous, directement passer de la figure $\mathscr{F}$ à la figure $\mathscr{F}'$?

4. Pensez-vous que l'ordre dans lequel on compose les symétries a de l'importance ?



Démonstration

1. Sur ce second quadrillage :

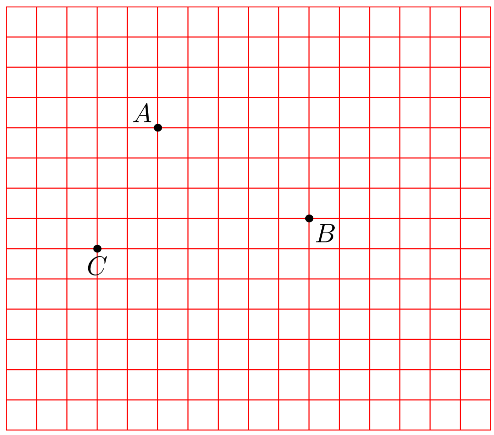
a) Placer les point C_1 symétrique du point C par rapport au point A.

b) Placer le point C' symétrique du point C_1 par rapport au point B.

c) Placer le point I milieu du segment $[CC']$.

2. a) Démontrer que les droites (CI) et (AB) sont parallèles, et que $CI = AB$.

b) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{AB}$?



3. Compléter : Comme I est le milieu de $[CC']$, on sait que $\overrightarrow{CI} = \ldots\ldots.$ On a, d'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IC'} = \overrightarrow{CI} + \ldots\ldots.$ Or, on sait que $\overrightarrow{CI} = \ldots\ldots$ (*voir question précédente*). On peut donc écrire que $\overrightarrow{CC'} = \ldots\ldots + \ldots\ldots$, que l'on pourra naturellement noter $\overrightarrow{CC'} = 2\ldots\ldots$

4. Quelle est l'image du point C par la translation de vecteur $2\overrightarrow{AB}$?

En conclusion :
Appliquer la symétrie de centre A suivie de la symétrie de centre B revient à appliquer la translation de vecteur $\mathbf{2}\overrightarrow{AB}$

Application

Pouvez-vous tracer l'image de la figure $\mathscr{H}$ par la symétrie de centre A suivie de la symétrie de centre B ?