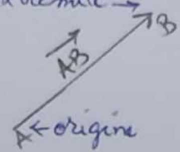
Chapitre ③ : Vecteurs et translation

Vecteurs

Caractéristiques d'un vecteur

$\vec{AB}$ un vecteur :
- Direction : droite (AB)
- Sens : sens de demi droite $[AB)$ de A vers B
- norme (module) : longueur AB



Egalité de deux vecteurs

$\vec{AB} = \vec{CD}$ càd
- ont même direction ; $(AB)//(CD)$
- ont même sens : $A \to B \equiv C \to D$
- ont même normes $AB = CD$

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont même caractéristiques

Somme de deux vecteurs

① Relation de chasles : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

② Parallélogramme
$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ signifie que ABCD est parallélogramme

Produit d'un vecteur par un nombre réel

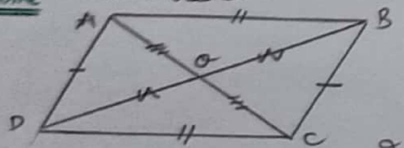
$\vec{AM} = K.\vec{AB}$ donc
- Si $K > 0$: alors $AM = K \times AB$ et $\vec{AB}$ et $\vec{AM}$ ont même sens
- Si $K < 0$: alors $AM = -K \times AB$ et $\vec{AB}$ et $\vec{AM}$ ont de sens opposés

Milieu

I milieu de $[AB]$ càd
- $\vec{AI} = \vec{IB} = \frac{1}{2}\vec{AB}$
- $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$
- $\vec{AB} = 2\vec{AI}$

Parallélogramme

ABCD parallélogramme de centre O



Egalité
- $\vec{AB} = \vec{DC}$
- $\vec{BA} = \vec{CD}$
- $\vec{AD} = \vec{BC}$
- $\vec{DA} = \vec{CB}$

Somme
- $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$
- $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}$
- $\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$
- $\vec{DA} + \vec{DC} = \vec{DB}$

O milieu de $[AC]$ et $[BD]$

$\vec{AO} = \vec{OC}$ et $\vec{DO} = \vec{OB}$

Propriété importante

- $\vec{AC} = K.\vec{AB}$ alors les points A, B et C sont alignés
- $\vec{AB} = K.\vec{MN}$ signifie que $(AB)//(MN)$

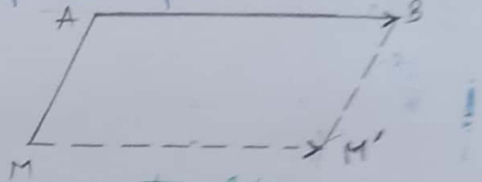
On dit que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{MN}$ sont colinéaires

Translation

* **Définition** : Le point M' est l'image du point M par la translation du vecteur $\vec{AB}$ (qui transforme A en B) si et seulement si $\vec{MM'} = \vec{AB}$

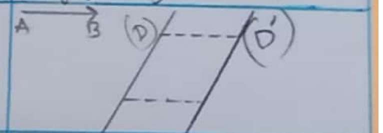
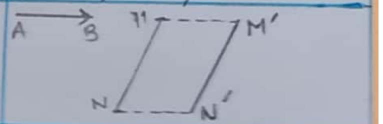
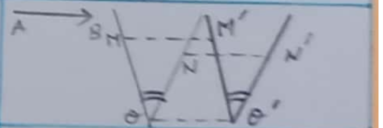
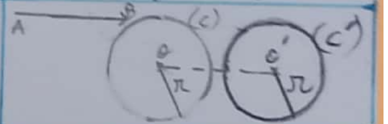
Cas ① : A, B, M points alignés
$\vec{MM'} = \vec{AB}$ donc $M' \in (AB)$ et $MM' = AB$

Cas ② : A, B, M points non alignés
$\vec{MM'} = \vec{AB}$ donc ABM'M parallélogramme donc on cherche le quatrième sommet par le compas



propo caractéristique : M' et N' sont respectivement les images de M et N par une translation T donc : $\vec{M'N'} = \vec{MN}$

Images de quelques figures par une translation

	Nature de figure	son image	Déduction	figure géométrique
Droite	(D)	(D')	$(D)//(D')$	
Segment	$[MN]$	$[M'N']$	$MN = M'N'$ $(MN)//(M'N')$	
angle	$\widehat{MON}$	$\widehat{M'O'N'}$	$\widehat{MON} = \widehat{M'O'N'}$	
Cercle	$C(O,r)$	$C'(O',r)$	Ont même rayon	

Propriétés de la translation (Utilisé en démonstration)

- Conserve l'alignement des points : A, B et M points alignés alors A', B' et M' sont aussi alignés
- Conserve le milieu : I milieu de $[AB]$ donc I' milieu de $[A'B']$
- Conserve la distance : $M'N' = MN$
- Conserve la mesure des angles : $\widehat{M'O'N'} = \widehat{MON}$

Rédigé par : Mr BENNASSER Jamal