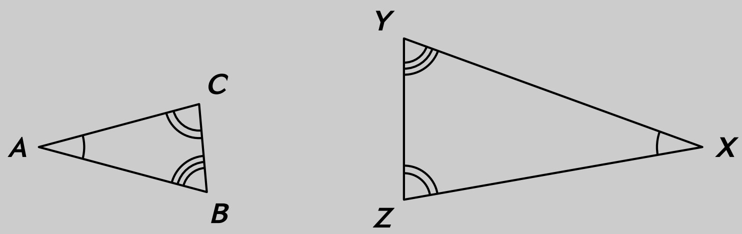
Chapitre 6

TRIANGLES SEMBLABLES

I – Angles

Définition

Deux triangles sont semblables si les mesures de leurs angles sont deux à deux égales :



$\widehat{BAC} = \widehat{YXZ}$
$\widehat{ACB} = \widehat{XZY}$
$\widehat{ABC} = \widehat{XYZ}$

De plus, lorsque deux triangles sont semblables,

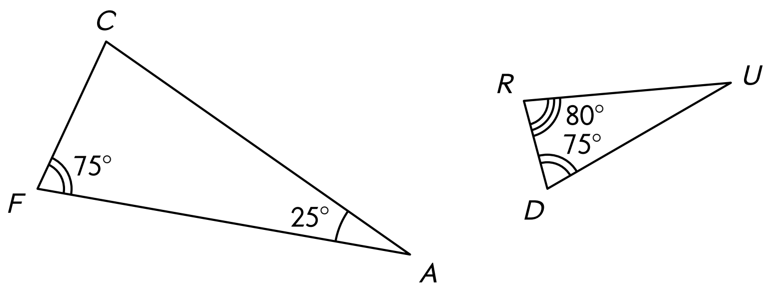
- **on appelle angles homologues deux angles de même mesure (par ex. $\widehat{BAC}$ et $\widehat{YXZ}$ sont homologues).**
- **on appelle sommets homologues les sommets de deux angles homologues (par ex. les sommets A et X sont homologues).**
- **on appelle côtés homologues les côtés en face de deux angles homologues (par ex. les côtés AB et XY sont homologues).**

Oral : 4 p. 192	En classe : 15 p. 193	À la maison : –

Propriété

Si deux triangles ont leurs angles deux à deux de même mesures, alors ils sont semblables.

■ **Exercice :** Montrer que les deux triangles ci-dessous sont semblables.



Solution : D : Puisque la somme des angles d'un triangle vaut 180°, on a :

$$\widehat{C} = 180^\circ - (75^\circ + 25^\circ) = 80^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{U} = 180^\circ - (75^\circ + 80^\circ) = 25^\circ.$$

P : Si deux triangles ont leurs angles deux à deux de même mesures, alors ils sont semblables.
C : Les triangles FAC et DUR sont semblables.

Oral : 5, 6, 7, 8, 13 p. 192	En classe : 17 p. 193	À la maison : 18, 19, 20, 21 p. 192

II – Mesures

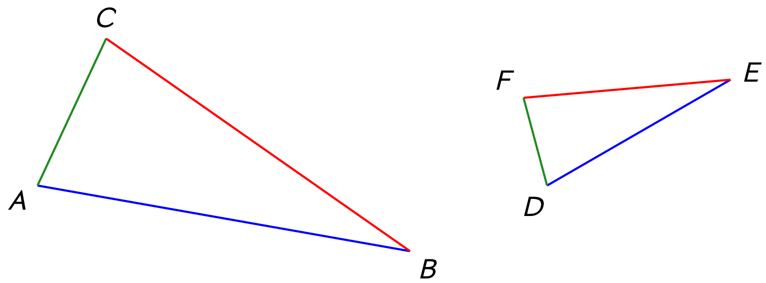
Propriété

Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs de leurs côtés homologues sont proportionnelles deux à deux.

Remarque

C'est une conséquence directe du théorème de Thalès car si deux triangles sont homologues, on peut déplacer le plus petit des deux pour le placer "à l'intérieur" du grand et ainsi créer une configuration de Thalès.

Exemple : Voici deux triangles semblables dont les côtés homologues ont été repassés en couleurs :



Les côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$ du grand triangle sont homologues aux côtés $[DE]$, $[EF]$ et $[DF]$ du petit triangle, donc la propriété nous permet d'écrire que

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}.$$

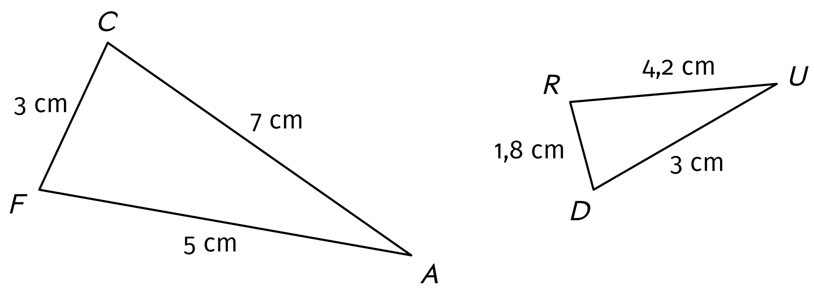
Oral : 9, 14 p. 192	En classe : 34 p. 195	À la maison : 30, 32 p. 194 + 41, 43 p. 195

Cette propriété fonctionne aussi en sens inverse :

Propriété

Si les longueurs de côtés de deux triangles sont deux à deux proportionnelles, alors ils sont semblables.

■ **EXERCICE :** On donne les deux triangles ci-dessous. Montrer qu'ils sont semblables.



Solution : Si les triangles étaient semblables, les côtés homologues seraient $[FC]$ et $[RD]$ (les petits), $[FA]$ et $[DU]$ (les moyens), $[AC]$ et $[RU]$ (les grands). On a :

$$\frac{FC}{RD} = \frac{3}{1,8} = \frac{5}{3} \quad ; \quad \frac{FA}{DU} = \frac{5}{3} \quad \text{et} \quad \frac{AC}{RU} = \frac{7}{4,2} = \frac{5}{3}.$$

Les quotients sont égaux, donc les triangles sont semblables.

Oral : –	En classe : 28 p. 194	À la maison : 24 p. 194 + 39 p. 195