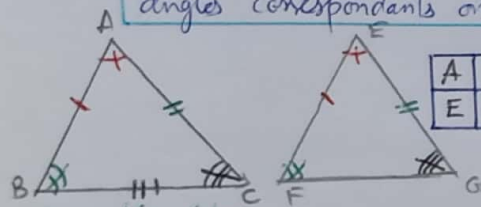


Chapitre 3: Triangles isométriques et Triangles semblables

Triangles isométriques

→ Définition: deux triangles isométriques sont des triangles superposables.

→ Propriété: Si deux triangles sont isométriques, alors leurs côtés correspondants ont la même longueur et leurs angles correspondants ont la même mesure.

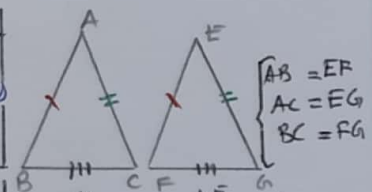


A	B	C
E	F	G

$$\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ BC = FG \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{A} = \hat{E} \\ \hat{B} = \hat{F} \\ \hat{C} = \hat{G} \end{cases}$$

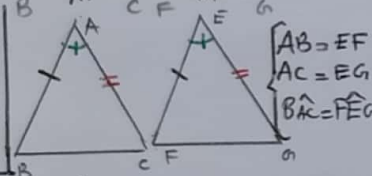
Cas d'isométrie:

* Cas ①: Si deux triangles ont leurs côtés respectivement de même longueur, alors les deux triangles sont isométriques.



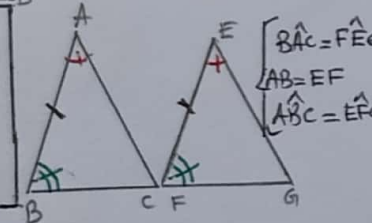
$$\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ BC = FG \end{cases}$$

* Cas ②: Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur, alors les deux triangles sont isométriques.



$$\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ \hat{A} = \hat{E} \end{cases}$$

* Cas ③: Si deux triangles ont un côté de même longueur adjacent à deux angles de même mesure, alors les deux triangles sont isométriques.



$$\begin{cases} BC = FG \\ \hat{B} = \hat{F} \\ \hat{C} = \hat{G} \end{cases}$$

Cas d'isométrie

Cas ①

Trois côtés égaux
→ côté + côté + côté

Cas ②

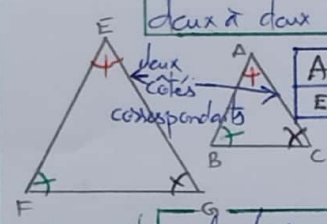
deux côtés et un angle entre eux
→ côté + angle entre eux + côté

Cas ③

deux angles et côté adjacent
→ angle + côté entre eux + angle

Triangles semblables

→ Définition: Deux triangles semblables sont des triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure.



A	B	C
E	F	G

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{E} \\ \hat{B} = \hat{F} \\ \hat{C} = \hat{G} \end{cases}$$

deux triangles isométriques sont semblables mais la réciproque est fausse

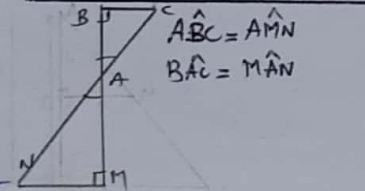
→ Propriété: Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs de leurs côtés correspondants sont proportionnelles. Autrement dit, si ABC et EFG sont deux triangles semblables (dans cet ordre), alors: $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{EG} = \frac{BC}{FG}$

On a $\frac{EF}{AB} = \frac{EG}{AC} = \frac{FG}{BC} = k$, k s'appelle le rapport de similitude des triangles EFG et ABC dans cet ordre. (le triangle EFG est un agrandissement de ABC dont le rapport (coefficient) d'agrandissement est $k > 1$)

* $\frac{1}{k}$ est le rapport de similitude des triangles ABC et EFG (le triangle ABC est une réduction de EFG dont le rapport de réduction est $\frac{1}{k} < 1$)

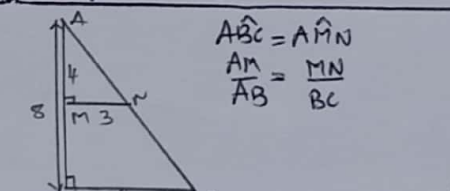
Cas de similitude

Si deux angles d'un triangle ont même mesure que deux angles d'un autre triangle, alors ces deux triangles sont semblables.



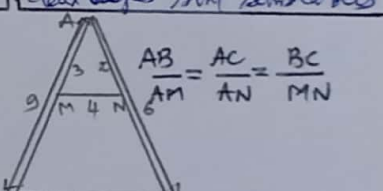
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{B} = \hat{M} \\ \hat{C} = \hat{N} \end{cases}$$

Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés dont les longueurs sont respectivement proportionnelles, alors ces deux triangles sont semblables.



$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} \end{cases}$$

Si deux triangles ont les longueurs de leurs côtés respectivement proportionnelles, alors ces deux triangles sont semblables.



$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

Cas de similitude

Cas ①

angle + angle

Cas ②

deux rapports égaux + angle entre eux

Cas ③

trois rapports égaux