

Chapitre 8: Angles inscrits et angles au centre

I - Rappel de propriétés importantes:

* Propo ①:

* La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°

$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180^\circ$$

* L'angle $\widehat{BOC}$ est plat

$$\text{càd } \widehat{BOC} = 180^\circ$$

* Si le triangle ABC est inscrit

dans un cercle de diamètre $[BC]$, alors le triangle ABC est rectangle en A $\Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$

* Si l'un des côtés d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé à ce côté.

* Propo ②:

une angle complète est égale à 360°

$$\text{On a } \widehat{AOB} + \widehat{AOB} = 360^\circ$$

$$\widehat{AOB} = 360^\circ - \widehat{AOB}$$

$$\widehat{AOB} = 300^\circ$$

* Propo ③:

Dans un triangle équilatéral, les trois angles sont égaux à 60°

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60^\circ$$

* Propo ④:

* Dans le triangle isocèle OBC
on a : * $OB = OC$ car sont deux rayons

* $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$ car sont les angles de la base

* Les angles opposés par le sommet sont égaux
 $\widehat{BOC} = \widehat{EOF}$

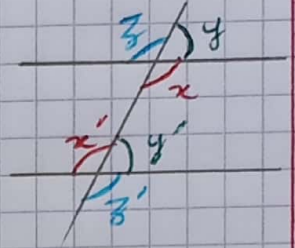
* Propo ⑤: deux droites parallèles et une sécante.

$(D) \parallel (D')$ et (Δ) sécante

$x = x'$ car sont deux angles alternes-internes

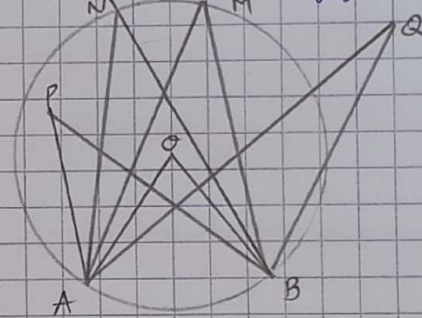
$z = z'$ car sont deux angles alternes-externes

$y = y'$ car sont deux angles correspondants.



→ Activité globale:

On considère la figure suivante.



- 1) Déterminer les angles dont le sommet est sur le cercle et ces deux côtés coupent le cercle en deux points (cet angle s'appelle inscrit)
- 2) Déterminer les angles dont le sommet est le centre du cercle (cet angle s'appelle angle au centre)
- 3) Déterminer les angles qui ne sont ni inscrit, ni au centre.
- 4) Déterminer un angle inscrit et angle au centre associé (càd interceptent le même arc), que remarquez-vous?
- 5) Déterminer deux angles inscrits qui interceptent le même arc. Que remarquez-vous?

Solution

1) Les angles inscrits sont : $\widehat{ANB}$, $\widehat{AMB}$, $\widehat{MAB}$, $\widehat{MNB}$, $\widehat{NBM}$ et $\widehat{NAM}$...

2) Les angles au centre sont $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOM}$, $\widehat{MON}$, $\widehat{NOA}$, $\widehat{MOA}$ et $\widehat{NOB}$.

3) Les angles $\widehat{APB}$ et $\widehat{AQB}$ ne sont ni inscrit, ni au centre.

4) L'angle $\widehat{AMB}$ est inscrit et $\widehat{AOB}$ est au centre associé car ils interceptent le même arc $\widehat{AB}$.

On remarque : $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$

5) Les deux angles $\widehat{NBM}$ et $\widehat{NAM}$ sont inscrits au centre interceptent l'arc $\widehat{AN}$ interceptent le même arc $\widehat{MN}$.

On remarque que : $\widehat{NAM} = \widehat{NBM}$

II - Angle inscrit :

1) Définition :

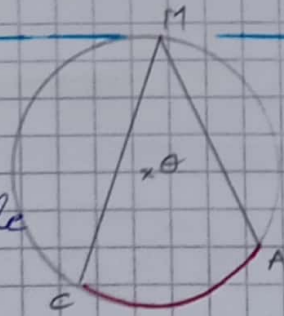
Un angle inscrit dans un cercle est un angle dont le sommet est sur le cercle et dont les côtés coupent le cercle en deux points.

* Figure géométrique :

(C) cercle de centre O

A, M et C trois points du cercle

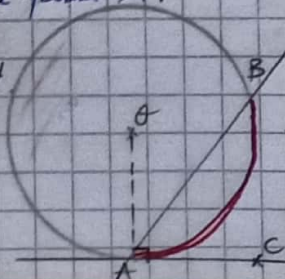
L'angle $\widehat{AMC}$ est inscrit intercepte l'arc $\widehat{AC}$



2) Cas particuliers :

On considère la figure suivante tel que (Ac) est une tangente au cercle (C) au point A.

L'angle $\widehat{BAC}$ est angle inscrit. Il intercepte l'arc $\widehat{AB}$.



III - Angle au centre :

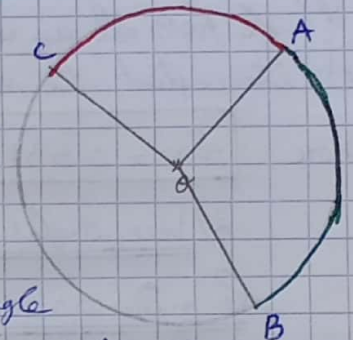
1) Définition :

Un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre du cercle et intercepte un arc dans le cercle.

2) Exemple :

→ L'angle $\widehat{AOB}$ est angle au centre intercepte l'arc $\widehat{AB}$.

→ L'angle $\widehat{AOC}$ est un angle



IV - Propriétés :

1) Angle inscrit et angle au centre associés :

a - Définition :

Un angle au centre est associé à un angle inscrit si ils interceptent le même arc.

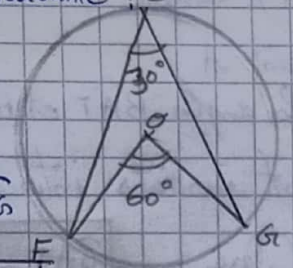
b - propo ① :

La mesure de l'angle au centre est égale au double de celle de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.

Exemple :

On considère la figure suivante :

L'angle $\widehat{FOG}$ est au centre et l'angle $\widehat{FEG}$ est inscrit et interceptent le même arc $\widehat{FG}$.



Donc $\widehat{FOG} = 2\widehat{FEG}$

et $\widehat{FEG} = \frac{1}{2}\widehat{FOG}$

c - Cas particuliers

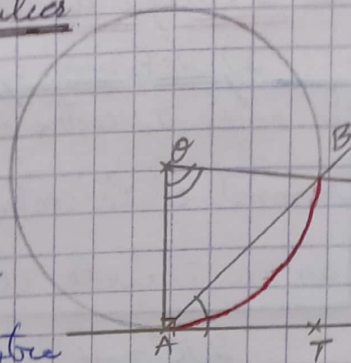
(O) cercle de centre O

(AT) est tangente du cercle au point A

* L'angle $\widehat{BAT}$ est inscrit

* L'angle $\widehat{AOB}$ est au centre et interceptent le même arc $\widehat{AB}$

Donc $\widehat{AOB} = 2 \widehat{BAT}$ et $\widehat{BAT} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$



2) Deux angles inscrits interceptant

le même arc :

a - Propriété 2 :

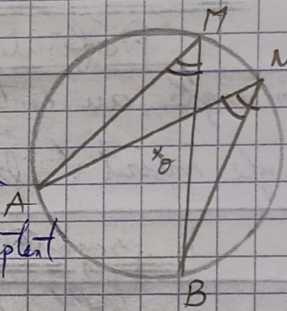
Deux angles inscrits interceptent le même arc ont même mesure (isométriques)

* Exemple :

Dans la figure suivante :

On a $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\widehat{AB}$

Donc : $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$



b - Cas particuliers :

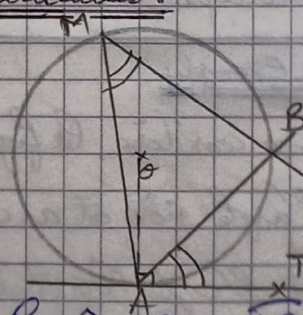
(O) cercle de centre O

(AT) tangente du cercle au point A

les angles $\widehat{BAT}$ et $\widehat{BMA}$

sont inscrits interceptent le même arc $\widehat{AB}$

Donc $\widehat{BAT} = \widehat{BMA}$



Remarque :

→ L'arc $\widehat{AB}$ qui ne contient pas le point M s'appelle la petite arc $\widehat{AOB} < 180^\circ$

→ L'arc $\widehat{AB}$ qui contient le point M s'appelle la grande arc $\widehat{AOB} > 180^\circ$