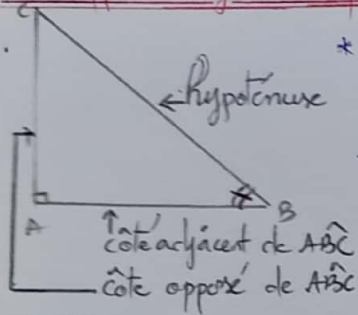


Chapitre 4: Calcul trigonométrique

Les rapports trigonométriques d'un angle aigu



* ABC est un triangle rectangle en A
* En considérant l'angle $\hat{A}BC$

* Définition:

* Cosinus: $\cos \hat{A}BC = \frac{\text{côté adjacent de l'angle } \hat{A}BC}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$
* Sinus: $\sin \hat{A}BC = \frac{\text{côté opposé de l'angle } \hat{A}BC}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$
* Tangente: $\tan \hat{A}BC = \frac{\text{côté opposé de l'angle } \hat{A}BC}{\text{côté adjacent de l'angle } \hat{A}BC} = \frac{AC}{AB}$

* Rapport trigonométriques d'angles particuliers:

x	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	n'est pas défini

* Relations supplémentaires

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} \quad \sin^2 x = \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

Relation entre cos et sin

/Propo ①/

x mesure d'angle aigu $0^\circ < x < 90^\circ$
On a: $0 < \cos x < 1$
 $0 < \sin x < 1$
 $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

* Exemple:

x mesure d'angle aigu tel que:
 $\cos x = \frac{2}{3}$ calculer $\sin x$
On a $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\sin^2 x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$
 $\sin^2 x = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$
 $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$
car $\sin x > 0$, $\sin x = \sqrt{\frac{5}{9}}$
 $\Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Relation entre cos, sin et tan

/Propo ②/

x mesure d'angle aigu $0^\circ < x < 90^\circ$
 $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

* Exemple:

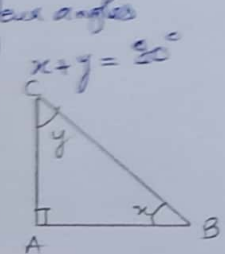
x mesure d'angle aigu tel que $\tan x = 2\sqrt{2}$
On a $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow 2\sqrt{2} = \frac{\sin x}{\cos x}$
 $\Rightarrow \sin x = 2\sqrt{2} \cos x$
On a $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\Rightarrow (2\sqrt{2} \cos x)^2 + \cos^2 x = 1$
 $\Rightarrow 9 \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{9}$
Alors $\cos x = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$
Or $\sin x = 2\sqrt{2} \cos x = 2\sqrt{2} \times \frac{1}{3}$
 $\Rightarrow \sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Relations entre les rapports trigonométriques

Rapports trigonométriques de deux angles complémentaires

/Propo ③/

x et y mesures de deux angles complémentaires c'est-à-dire $x + y = 90^\circ$
 $\cos x = \sin y$
 $\sin x = \cos y$
 $\tan x = \frac{1}{\tan y}$



* Exemple:

A = $\cos 5^\circ + 2 \sin^2 22^\circ - \sin 85^\circ + 2 \sin^2 68^\circ$
= $\cos 5^\circ - \cos 5^\circ + 2 \sin^2 22^\circ + 2 \cos^2 22^\circ$
= $2(\sin^2 22^\circ + \cos^2 22^\circ)$
= $2 \times 1 = 2$
B = $\cos^2 13^\circ + \tan 64^\circ + \cos^2 77^\circ - \frac{1}{\tan 26^\circ}$
= $\cos^2 13^\circ + \sin^2 13^\circ + \tan 64^\circ - \tan 64^\circ$
= 1

* Questions fréquentes:

- Question ①: Calculer les rapports trigonométriques en utilisant la définition dans un triangle rectangle.
- Question ②: Calculer $\cos x$ (ou $\sin x$): En utilisant la propo ① sachant $\sin x$ (ou $\cos x$)
- Question ③: Calculer $\cos x$ (ou $\sin x$) sachant $\tan x$: en mélangeant les propo ② et ③ comme dans l'exemple 2
- Question ④: Calculer $\tan x$ sachant $\cos x$ (ou $\sin x$): On calcule d'abord $\sin x$ (ou $\cos x$) avec la propo ① après $\tan x$ avec la propo ②
- Question ⑤: Simplification des expressions contenant $\cos x$, $\sin x$, $\tan x$ avec la propo ③ et ① ou le tableau (ou les deux)