

# OUTILS POUR LE TRIANGLE RECTANGLE

## I – Théorème de Pythagore

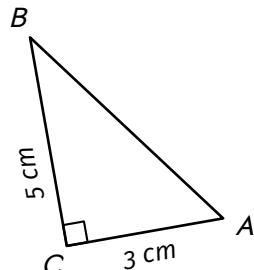
### 1. Calculer une longueur



#### Théorème de Pythagore

| Si  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$ , alors  $BC^2 = BA^2 + AC^2$ .

Exemple (CALCUL DE L'HYPOTÉNUSE) :



Calculer  $AB$   
(arrondir au dixième)

**D :**  $ABC$  est un triangle rectangle en  $C$

**P :** D'après le théorème de Pythagore on a :

**C :**  $AB^2 = AC^2 + BC^2$  — On souligne la longueur qu'on veut calculer (pas obligatoire)

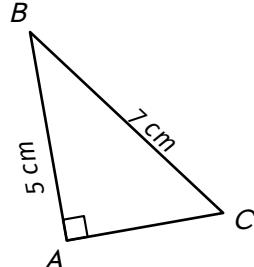
$AB^2 = 3^2 + 5^2$  — On remplace les longueurs connues

$AB^2 = 34$  — On calcule l'addition

$AB = \sqrt{34}$  — On "simplifie" le carré en utilisant  $\sqrt{\phantom{x}}$

$AB \approx 5,8 \text{ cm.}$  — On calcule, on arrondit et on écrit l'unité

Exemple (CALCUL D'UN DES CÔTÉ FORMANT L'ANGLE DROIT) :



Calculer  $AC$   
(arrondir au dixième)

**D :**  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$

**P :** D'après le théorème de Pythagore on a :

**C :**  $BC^2 = AC^2 + AB^2$  — On souligne la longueur qu'on veut calculer (pas obligatoire)

$AC^2 = 7^2 - 5^2$  — On "sort" la longueur à calculer de l'addition et le calcul devient : plus grande longueur<sup>2</sup> – plus petite longueur<sup>2</sup>

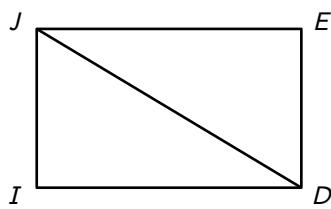
$AC^2 = 24$  — On calcule la soustraction

$AC = \sqrt{24}$  — On "simplifie" le carré en utilisant  $\sqrt{\phantom{x}}$

$AC \approx 4,9 \text{ cm.}$  — On calcule, on arrondit et on écrit l'unité

#### ■ EXERCICE :

$JEDI$  est un rectangle tel que  
 $JE = 10 \text{ cm}$  et  $ED = 6 \text{ cm}$ .



Calculer  $JD$  (arrondir au dixième de cm).

Solution :  $JEDI$  est un rectangle donc  $JED$  est un triangle rectangle en  $E$ .

**D :**  $JED$  est un triangle rectangle en  $E$

**P :** D'après le théorème de Pythagore on a :

**C :**  $JD^2 = JE^2 + IE^2$

$JD^2 = 10^2 + 6^2$

$JD^2 = 136$

$JD = \sqrt{136}$

$JD \approx 11,7 \text{ cm.}$

Oral :

–

En classe :

–

À la maison :

99, 100 p. 256

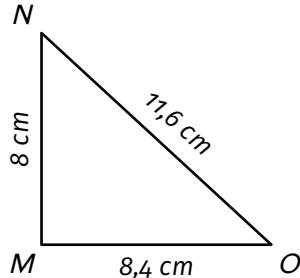
## 2. Montrer qu'un triangle est rectangle



### Réiproque du théorème de Pythagore

| Si dans un triangle  $ABC$  l'égalité  $AB^2 = AC^2 + BC^2$  est vraie, alors  $ABC$  est rectangle en  $C$ .

Exemple :



Question : Montrer que le triangle  $MNO$  est rectangle.

Réponse :

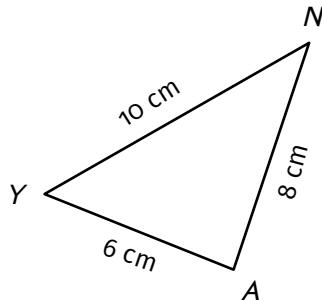
D : Le plus grand côté est  $[NO]$ .  
 On élève ce plus grand côté au carré  
 On élève au carré puis additionne les deux autres côtés  
 On cite la propriété

On obtient le même résultat, donc on l'écrit  
 $NO^2 = 11,6^2 = 134,56$   
 $MN^2 + MO^2 = 8^2 + 8,4^2 = 134,56$

On conclut en précisant où est l'angle droit

P : D'après la réiproque du théorème de Pythagore,  
 C : Le triangle  $MNO$  est rectangle en  $M$ .

### ■ EXERCICE :



Solution : D : Le plus grand côté est  $[YN]$

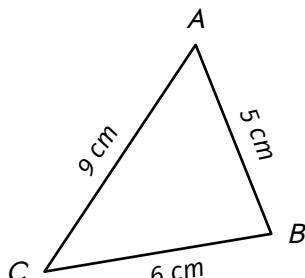
$$NY^2 = 10^2 = 100 \\ YA^2 + AN^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

P : D'après la réiproque du théorème de Pythagore,

C :  $AYN$  est rectangle en  $A$ .

Question : Le triangle  $AYN$  est-il rectangle ?

Exemple :



Réponse :

D : Le plus grand côté est  $[AC]$ .

$$AC^2 = 9^2 = 81 \\ BC^2 + AB^2 = 6^2 + 5^2 = 61$$

P : D'après la contraposée du théorème de Pythagore

C : Le triangle  $ABC$  n'est pas rectangle

Question :

Le triangle  $ABC$  est-il rectangle ?

Oral :

–

En classe :

–

À la maison :

101, 102 p. 256

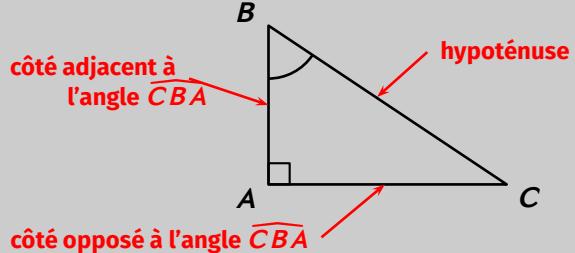
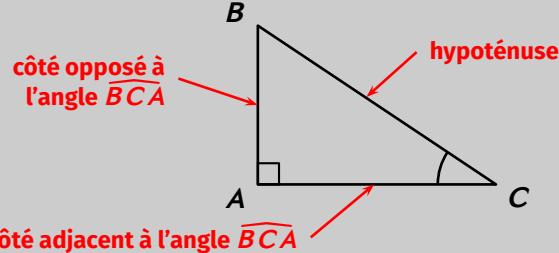
## II – Trigonométrie

### 1. Vocabulaire et définitions



#### Définitions

Dans un triangle rectangle, chaque côté porte un nom spécifique en fonction de l'angle marqué :



- l'hypoténuse est le côté « en face » de l'angle droit
- le côté opposé à l'angle est le côté « en face » de l'angle.
- le côté adjacent à l'angle est le côté « qui forme » l'angle avec l'hypoténuse.



#### Remarques

- Ce vocabulaire n'existe que si le triangle est rectangle.
- L'hypoténuse est le seul côté qui ne change pas quelque soit l'angle choisi.



#### Définitions

- Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu  $\widehat{D}$  est le rapport :

$$\cos \widehat{D} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{b}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

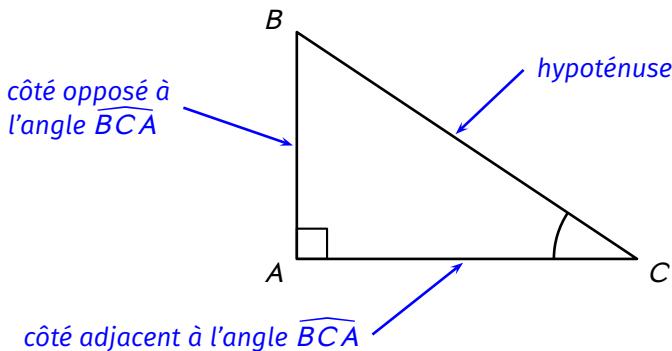
- Dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle aigu  $\widehat{D}$  est le rapport :

$$\sin \widehat{D} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{b}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

- Dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle aigu  $\widehat{D}$  est le rapport :

$$\tan \widehat{D} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{b}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{b}}$$

Exemple :



Dans le triangle ABC on a les relations :

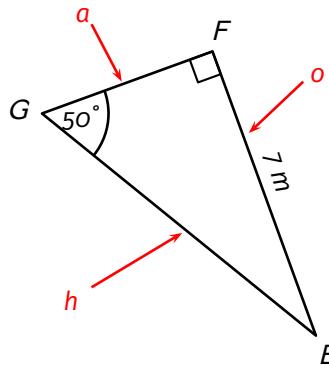
$$\cos \widehat{BCA} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{AC}$$



Exemple :



Question : calculer  $EG$  (arrondir au dixième)

Au brouillon :

~~Soh~~ - ~~Calh~~ - ~~Toa~~  
 — ce qu'on connaît  
 — ce qu'on cherche  
 ⇒ on utilise sinus

Réponse :

D : Le triangle  $EFG$  est rectangle en  $F$ .

P : Donc d'après la trigonométrie on a :

$$\begin{aligned} C : \sin \widehat{FGE} &= \frac{EF}{EG} \\ \frac{\sin(50^\circ)}{1} &= \frac{7}{EG} \\ EG &= \frac{7 \times 1}{\sin(50^\circ)} \\ EG &\approx 9,1m \end{aligned}$$

Oral :  
 —

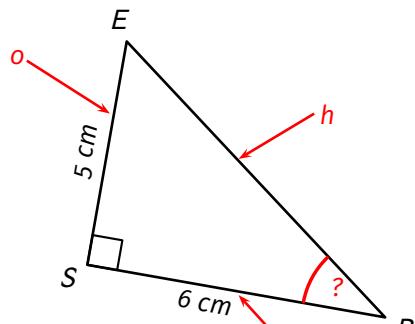
En classe :  
 2 p. 207 + 28 p. 209

À la maison :  
 3, 4 p. 207 + 29 p. 209 + 43, 44, 45 p. 210

### 3. Utiliser la trigonométrie pour calculer la mesure d'un angle

Quand on connaît la longueur de deux côtés dans un triangle rectangle, on peut calculer la mesure des angles aigus à l'aide de la trigonométrie.

Exemple :



Question :  
 calculer  $\widehat{EPS}$  (arrondir au degré).

Au brouillon :

~~Soh~~ - ~~Calh~~ - ~~Toa~~  
 — ce qu'on connaît  
 ⇒ on utilise tangente

Réponse :

on justifie pourquoi on peut utiliser la trigonométrie

D : Le triangle  $EPS$  est rectangle en  $S$

P : Donc d'après la trigonométrie on a :

$$\begin{aligned} C : \tan \widehat{EPS} &= \frac{ES}{SP} \\ \tan \widehat{EPS} &= \frac{5}{6} \\ \widehat{EPS} &\approx 40^\circ \end{aligned}$$

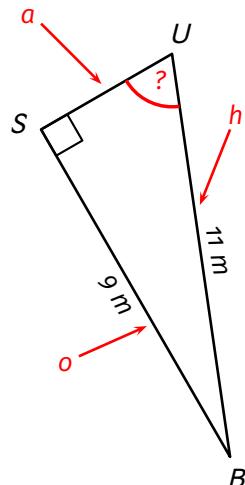
On a trouvé qu'on devait utiliser tangente  
 on écrit sa définition avec les longueurs

On utilise la calculatrice pour faire "disparaître" tan :



Pour conclure, on va faire un petit exercice :

Exemple :



Question : calculer  $\widehat{SUB}$  (arrondir au degré).

Au brouillon :

$S\text{---}O\text{---}h$  -  $C\text{---}a\text{---}h$  -  $T\text{---}o\text{---}a$

— ce qu'on connaît

$\Rightarrow$  on utilise sinus

Réponse :

**D :** Le triangle  $USB$  est rectangle en  $S$

**P :** Donc d'après la trigonométrie on a :

$$\mathbf{C :} \quad \sin \widehat{SUB} = \frac{SB}{UB}$$

$$\sin \widehat{SUB} = \frac{9}{11}$$

$$\widehat{SUB} \approx 55^\circ$$

Oral :

—

En classe :

5 p. 207 + 49 p. 211

À la maison :

6 p. 207 + 50, 51 p. 211 + 54, 55 p. 212

Tâche complexe : 94, 95 p. 219