

THÉORÈME DE THALÈS

3

Objectifs d'apprentissage

- ✍ Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droites sécantes.
- ✍ Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine.
- ✍ Connaître et utiliser un énoncé réciproque du théorème de Thalès.

Gestion du temps

🕒 12 heures

Prérequis

- ⊗ Proportionnalité.
- ⊗ Utiliser les propriétés d'un triangle et une droite qui passe par les milieux de deux côtés.
- ⊗ Reconnaître et utiliser les propriétés des angles alternes internes, correspondants et opposés par le sommet.

Outils didactiques

- ♣ Tableau.
- ♣ Livre scolaire.
- ♣ Une équerre.
- ♣ Le compas.

◆ Pr : Abdelilah BOUTAYEB

◆ Niveau : 3^{ème} APIC

◆ Matière : Mathématiques

◆ Etablissement : Collège Nahda

Activité 1: Trouver la valeur de x :

$$\frac{5}{8} = \frac{x}{3} ; \quad \frac{x}{7} = \frac{5}{4} ; \quad \frac{1}{x} = \frac{15}{6}$$

Activité 2 : Soit ABC un triangle, et

$M \in [AB]$. Soit (Δ) une droite parallèle à la droite (BC) et passant par M , avec (Δ) coupe $[AC]$ en N .

- 1) Construis la figure.
- 2) Mesurer : AM, AN, AB, AC, MN, BC .
- 3) Calculer les quotients : $\frac{AM}{AB}, \frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$
- 4) Qu'est-ce que vous observez ?

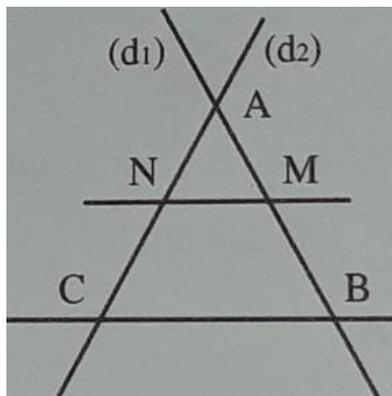
I- Théorème de Thalès :

*** Propriété :** Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en A .
 B et M sont deux points de (D_1) distincts de A .
 C et N sont deux points de (D_2) distincts de A .

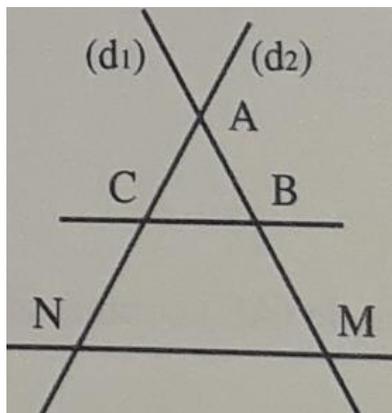
Si les droites (BC) et (MN) sont **parallèles**, alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Configurations de Thalès :

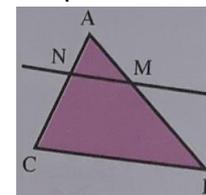
1^{ère} cas →



2^{ème} cas →



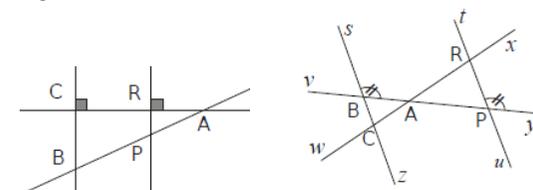
Exercice 1: Sur la figure ci-dessous :
 $AM = 4, AB = 12, AN = 3, BC = 15$ et $(MN) \parallel (BC)$. Pour calculer AC et MN , compléter la réponse suivante :



Dans le triangle ..., on a $M \in (AB)$,
 $N \in (AC)$ et $(MN) \parallel (BC)$. Alors, d'après le
 théorème de Thalès, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$
 C'est-à-dire : $\frac{4}{12} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{15}$
 Donc : $AC = \dots$, et : $MN = \dots$

Exercice 2 : Pour chaque cas, explique pourquoi tu peux appliquer le théorème de Thalès.

Ecris alors les rapports égaux dans ces figures.

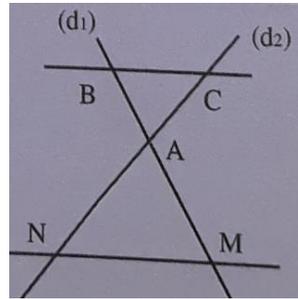


Exercice 3 : Ex:3-p:75

Exercice 4 : Ex:9-p:76

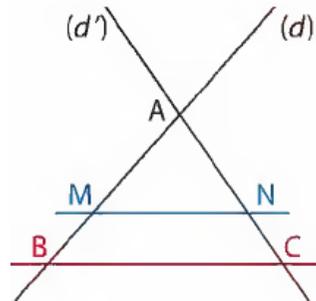
Exercice 5 : Sur la figure ci-dessous, on a les droites (AB) et (CD) sont parallèles,

3^{ème} cas →



* **Exemple :** Dans la figure ci-dessous on a (d) et (d') deux droites sécantes en A avec $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ et $(MN) \parallel (BC)$, et $AM = 20$, $AN = 25$, $AC = 45$ et $BC = 27$.

On calcule AB et MN .



→ Dans le triangle ABC , on a $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ et $(MN) \parallel (BC)$.

Alors d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

C'est-à-dire : $\frac{20}{AB} = \frac{25}{45} = \frac{MN}{27}$

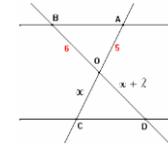
* Calcul de AB → On a : $\frac{20}{AB} = \frac{25}{45}$, donc : $AB = \frac{20 \times 45}{25} = 36$

* Calcul de MN → On a : $\frac{25}{45} = \frac{MN}{27}$, donc : $MN = \frac{25 \times 27}{45} = 15$

* **Remarque :** Le théorème de Thalès permet de calculer les longueurs

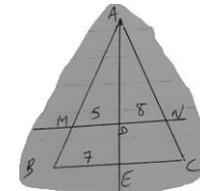
et : $OB=6$, $OA=5$, $OC=x$ et $OD=x+2$.

Déterminer la valeur de x .



Exercice 6 : ABCD est un trapèze, avec $(AB) \parallel (CD)$ et $AB=3$, $CD=5$ et les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E . Si : $EA=6$ et $EC=15$, calculer AD , EB et BC .

Exercice 7 : ABC un triangle, avec : $MD = 5$, $DN = 8$, $BE = 7$ et $(MN) \parallel (BC)$. Calculer EC .



Exercice 8 : AOB est un triangle isocèle en O.

Soit (BE) sa hauteur ($E \in [AO]$) et la droite parallèle à (AB) et passant par E coupe (OB) en D .

1) Construis la figure.

2) Comparer $\frac{OE}{OA}$ et $\frac{OD}{OB}$ puis déduis que $OE=OD$.

3) La droite parallèle à (AD) et passant par B coupe (OA) en F . Montrer que : $OA^2 = OE \times OF$

Activités

Activité 3 : ABC est un triangle, avec $AB = 4\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$.

$M \in [AB]$ tel que : $AM = 2\text{cm}$

$N \in [AC]$ tel que : $AN = 3\text{cm}$

1) Construis la figure.

2) Comparer $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$

3) Montrer que : $(MN) \parallel (BC)$

Contenu de la leçon

II- Réciproque du théorème de Thalès :

*** Propriété :** Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A.

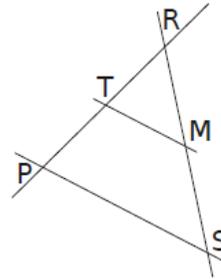
B et M sont deux points de (d) distincts de A.

C et N sont deux points de (d') distincts de A.

Si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre,

et si : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

*** Exemple :** Sur la figure ci-dessous on a : $RT = 6$, $RP = 8$, $RM = 4,5$ et $RS = 6$. On veut montrer que les droites (MT) et (SP) sont parallèles.



→ On a : $\frac{RT}{RP} = \frac{6}{8} = 0,75$ et $\frac{RM}{RS} = \frac{4,5}{6} = 0,75$, donc : $\frac{RT}{RP} = \frac{RM}{RS}$

De plus, les points R, T, P et les points R, M, S sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MT) et (SP) sont parallèles.

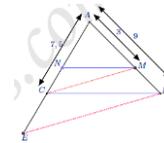
*** Remarque :** La réciproque du théorème de Thalès permet de démontrer le parallélisme de deux droites.

Evaluation

Exercice 9 : On considère le triangle RST tel que $RS=6\text{cm}$; $ST=9\text{cm}$ et $RT=8\text{cm}$. Place le point P sur [RS] tel que $SP=4\text{cm}$ et le point M sur [ST] tel que $TM=3\text{cm}$.

- 1) Construis la figure.
- 2) Montre que les droites (MP) et (RT) sont parallèles.

Exercice 10 : Dans la figure ci-dessous, on a : $(MN) \parallel (BC)$, $AB=9\text{cm}$, $AC=7,5\text{cm}$ et $AM=3\text{cm}$.



- 1) Calculer AN.
- 2) E est un point de la demi-droite [AC) tel que : $AE=3AC$.

2-1) Calculer et comparer $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AC}{AE}$

2-2) Dédire que : $(BE) \parallel (CM)$

Exercice 11 : Ex:49-p:81

Exercice 12 : ABC est un triangle avec $M \in [BC]$ et $E \in [AM]$ tel que $AE > AM$. La parallèle à (EC) passant par B coupe (AM) en F. La parallèle à (AC) passant par F coupe (BC) en N.

- 1) Construis la figure.
- 2) Montrer que $MA \times MN = MB \times ME$
- 3) Dédire que $(AB) \parallel (NE)$

Exercice 13 : Dans la figure ci-dessous, on a : $(MD) \parallel (NC)$ et $(BC) \parallel (ED)$. Montrer que : $(BM) \parallel (NE)$.

