

# THÉORÈME DE THALÈS

3

## Objectifs d'apprentissage

- ✍ Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droites sécantes.
- ✍ Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine.
- ✍ Connaître et utiliser un énoncé réciproque du théorème de Thalès.

## Gestion du temps

🕒 12 heures

## Prérequis

- ⊗ Proportionnalité.
- ⊗ Utiliser les propriétés d'un triangle et une droite qui passe par les milieux de deux côtés.
- ⊗ Reconnaître et utiliser les propriétés des angles alternes internes, correspondants et opposés par le sommet.

## Outils didactiques

- ♣ Tableau.
- ♣ Livre scolaire.
- ♣ Une équerre.
- ♣ Le compas.

◆ Pr : Abdelilah BOUTAYEB

◆ Niveau : 3<sup>ème</sup> APIC

◆ Matière : Mathématiques

◆ Etablissement : Collège Nahda

## Activités

**Activité 1 :** Trouver la valeur de  $x$  :

$$\frac{5}{8} = \frac{x}{3} ; \quad \frac{x}{7} = \frac{5}{4} ; \quad \frac{1}{x} = \frac{15}{6}$$

**Activité 2 :** Soit  $ABC$  un triangle, et  $M \in [AB]$ . Soit  $(\Delta)$  une droite parallèle à la droite  $(BC)$  et passant par  $M$ , avec  $(\Delta)$  coupe  $[AC]$  en  $N$ .

- 1) Construis la figure.
- 2) Mesurer :  $AM, AN, AB, AC, MN, BC$ .
- 3) Calculer les quotients :  $\frac{AM}{AB}, \frac{AN}{AC}$  et  $\frac{MN}{BC}$
- 4) Qu'est-ce que vous observez ?

## Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

### Contenu de la leçon

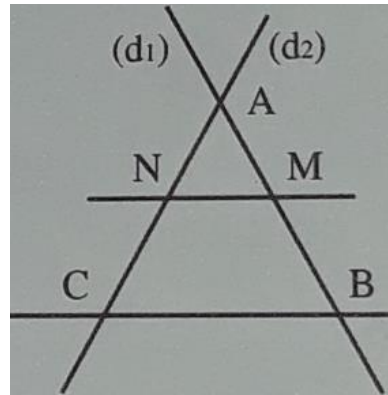
#### I- Théorème de Thalès :

**\* Propriété :** Soient  $(D_1)$  et  $(D_2)$  deux droites sécantes en  $A$ .  
 $B$  et  $M$  sont deux points de  $(D_1)$  distincts de  $A$ .  
 $C$  et  $N$  sont deux points de  $(D_2)$  distincts de  $A$ .

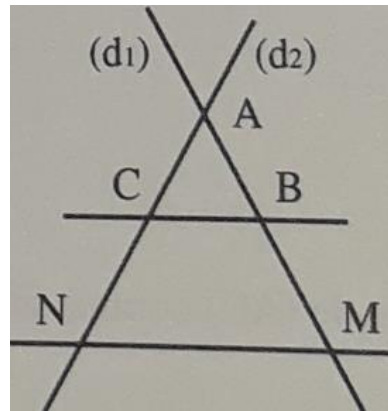
Si les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont **parallèles**, alors :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

#### Configurations de Thalès :

1<sup>ère</sup> cas →

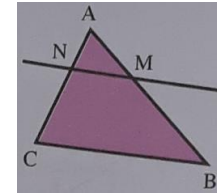


2<sup>ème</sup> cas →



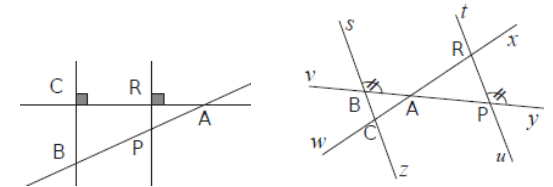
## Evaluation

**Exercice 1 :** Sur la figure ci-dessous :  
 $AM = 4, AB = 12, AN = 3, BC = 15$  et  $(MN) \parallel (BC)$ . Pour calculer  $AC$  et  $MN$ , compléter la réponse suivante :



Dans le triangle ..., on a  $M \in (AB)$ ,  
 $N \in (AC)$  et  $(MN) \parallel (BC)$ . Alors, d'après le  
 théorème de Thalès, on a :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$   
 C'est-à-dire :  $\frac{4}{12} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{15}$   
 Donc :  $AC = \dots$ , et :  $MN = \dots$

**Exercice 2 :** Pour chaque cas, explique pourquoi tu peux appliquer le théorème de Thalès.  
 Ecris alors les rapports égaux dans ces figures.



**Exercice 3 :** Ex:3-p:75

**Exercice 4 :** Ex:9-p:76

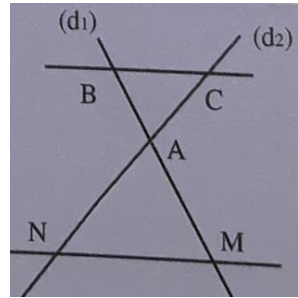
**Exercice 5 :** Sur la figure ci-dessous, on a les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles,

## Activités

## Contenu de la leçon

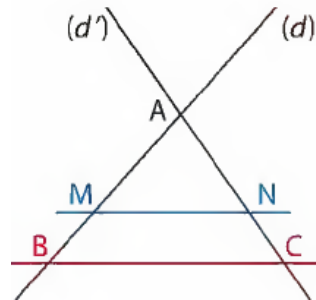
## Evaluation

3<sup>ème</sup> cas →



**\* Exemple :** Dans la figure ci-dessous on a  $(d)$  et  $(d')$  deux droites sécantes en  $A$  avec  $M \in (AB)$  et  $N \in (AC)$  et  $(MN) \parallel (BC)$ , et  $AM = 20$ ,  $AN = 25$ ,  $AC = 45$  et  $BC = 27$ .

On calcule  $AB$  et  $MN$ .



→ Dans le triangle  $ABC$ , on a  $M \in (AB)$  et  $N \in (AC)$  et  $(MN) \parallel (BC)$ .

Alors d'après le théorème de Thalès on a :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

C'est-à-dire :  $\frac{20}{AB} = \frac{25}{45} = \frac{MN}{27}$

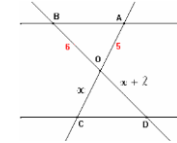
\* Calcul de  $AB$  → On a :  $\frac{20}{AB} = \frac{25}{45}$ , donc :  $AB = \frac{20 \times 45}{25} = 36$

\* Calcul de  $MN$  → On a :  $\frac{25}{45} = \frac{MN}{27}$ , donc :  $MN = \frac{25 \times 27}{45} = 15$

**\* Remarque :** Le théorème de Thalès permet de calculer les longueurs

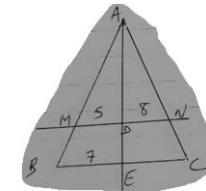
et :  $OB=6$ ,  $OA=5$ ,  $OC=x$  et  $OD=x+2$ .

Déterminer la valeur de  $x$ .



**Exercice 6 :** ABCD est un trapèze, avec  $(AB) \parallel (CD)$  et  $AB=3$ ,  $CD=5$  et les droites  $(AD)$  et  $(BC)$  sont sécantes en  $E$ . Si :  $EA=6$  et  $EC=15$ , calculer  $AD$ ,  $EB$  et  $BC$ .

**Exercice 7 :** ABC un triangle, avec :  $MD = 5$ ,  $DN = 8$ ,  $BE = 7$  et  $(MN) \parallel (BC)$ . Calculer  $EC$ .



**Exercice 8 :** AOB est un triangle isocèle en  $O$ .

Soit  $(BE)$  sa hauteur ( $E \in [AO]$ ) et la droite parallèle à  $(AB)$  et passant par  $E$  coupe  $(OB)$  en  $D$ .

1) Construis la figure.

2) Comparer  $\frac{OE}{OA}$  et  $\frac{OD}{OB}$  puis déduis que  $OE=OD$ .

3) La droite parallèle à  $(AD)$  et passant par  $B$  coupe  $(OA)$  en  $F$ . Montrer que :  $OA^2 = OE \times OF$

## Activités

**Activité 3 :** ABC est un triangle, avec  $AB = 4\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ .

$M \in [AB]$  tel que :  $AM = 2\text{cm}$

$N \in [AC]$  tel que :  $AN = 3\text{cm}$

1) Construis la figure.

2) Comparer  $\frac{AM}{AB}$  et  $\frac{AN}{AC}$

3) Montrer que :  $(MN) \parallel (BC)$

## Contenu de la leçon

### II- Réciproque du théorème de Thalès :

**\* Propriété :** Soient  $(d)$  et  $(d')$  deux droites sécantes en A.

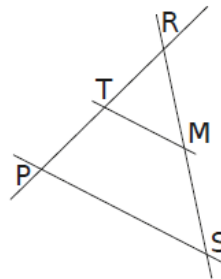
B et M sont deux points de  $(d)$  distincts de A.

C et N sont deux points de  $(d')$  distincts de A.

Si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre,

et si :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ , alors les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles.

**\* Exemple :** Sur la figure ci-dessous on a :  $RT = 6$ ,  $RP = 8$ ,  $RM = 4,5$  et  $RS = 6$ . On veut montrer que les droites  $(MT)$  et  $(SP)$  sont parallèles.



→ On a :  $\frac{RT}{RP} = \frac{6}{8} = 0,75$  et  $\frac{RM}{RS} = \frac{4,5}{6} = 0,75$ , donc :  $\frac{RT}{RP} = \frac{RM}{RS}$

De plus, les points R, T, P et les points R, M, S sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites  $(MT)$  et  $(SP)$  sont parallèles.

**\* Remarque :** La réciproque du théorème de Thalès permet de démontrer le parallélisme de deux droites.

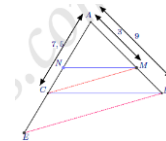
## Evaluation

**Exercice 9 :** On considère le triangle RST tel que  $RS=6\text{cm}$  ;  $ST=9\text{cm}$  et  $RT=8\text{cm}$ . Place le point P sur [RS] tel que  $SP=4\text{cm}$  et le point M sur [ST] tel que  $TM=3\text{cm}$ .

1) Construis la figure.

2) Montre que les droites  $(MP)$  et  $(RT)$  sont parallèles.

**Exercice 10 :** Dans la figure ci-dessous, on a :  $(MN) \parallel (BC)$ ,  $AB=9\text{cm}$ ,  $AC=7,5\text{cm}$  et  $AM=3\text{cm}$ .



1) Calculer AN.

2) E est un point de la demi-droite [AC) tel que :  $AE=3AC$ .

2-1) Calculer et comparer  $\frac{AM}{AB}$  et  $\frac{AC}{AE}$

2-2) Dédire que :  $(BE) \parallel (CM)$

**Exercice 11 :** Ex:49-p:81

**Exercice 12 :** ABC est un triangle avec  $M \in [BC]$  et  $E \in [AM]$  tel que  $AE > AM$ . La parallèle à  $(EC)$  passant par B coupe  $(AM)$  en F. La parallèle à  $(AC)$  passant par F coupe  $(BC)$  en N.

1) Construis la figure.

2) Montrer que  $MA \times MN = MB \times ME$

3) Dédire que  $(AB) \parallel (NE)$

**Exercice 13 :** Dans la figure ci-dessous, on a :  $(MD) \parallel (NC)$  et  $(BC) \parallel (ED)$ . Montrer que :  $(BM) \parallel (NE)$ .

