

CALCUL LITTÉRAL (PARTIE 1)

3

I – Développements & factorisations : rappels

1. Développements



Méthode (DÉVELOPPER $a(bx + c)$)

On veut développer l'expression $A = 5(8x + 2)$:

$$A = 5(8x + 2)$$

$A = 5 \times (8x + 2)$ ← On écrit la multiplication et les flèches de développements.

$A = \underbrace{5 \times 8x}_{\text{Chaque flèche correspond à une multiplication qu'on écrit.}} + \underbrace{5 \times 2}_{\text{On calcule chaque multiplication.}}$

$A = 40x + 10.$

■ EXERCICE : Développer l'expression : $B = 3x(4x - 5)$

Solution : $B = 3x(4x - 5) = 3x \times 4x + 3x \times (-5) = 12x^2 + (-15)x = 12x^2 - 15x.$

Oral :

–

En classe :

–

À la maison :

24 p. 31



Méthode (DÉVELOPPER ET RÉDUIRE $(a + b)(c + d)$)

On veut développer et réduire $A = (2x - 5)(7x - 3)$:

$$A = (2x - 5)(7x - 3)$$

$A = (2x + (-5)) \times (7x + (-3))$ ← On écrit sous forme d'addition et on écrit les flèches.

$A = \underbrace{2x \times 7x}_{\text{Chaque flèche correspond à une multiplication.}} + \underbrace{2x \times (-3)}_{\text{On calcule chaque multiplication.}} + \underbrace{(-5) \times 7x}_{\text{On calcule chaque multiplication.}} + \underbrace{(-5) \times (-3)}_{\text{On réduit.}}$

$A = 14x^2 + (-6)x + (-35)x + 15.$

$A = 14x^2 + (-41)x + 15.$

Exemple : On veut développer et réduire $B = (3x + 5)(8x + 2)$:

$$B = (3x + 5)(8x + 2)$$

$$B = (3x + 5) \times (8x + 2)$$

$$B = 3x \times 8x + 3x \times 2 + 5 \times 8x + 5 \times 2$$

$$B = 24x^2 + 6x + 40x + 10$$

$$B = 24x^2 + 46x + 1.$$

■ EXERCICE : Développer et réduire $C = (10x - 4)(x + 3)$.

Solution :

$$C = (10x - 4)(x + 3)$$

$$C = (10x + (-4))(x + 3)$$

$$C = 10x \times x + 10x \times 3 + (-4) \times x + (-4) \times 3$$

$$C = 10x^2 + 30x + (-4)x + (-12)$$

$$C = 10x^2 + 26x - 12.$$

Oral :

–

En classe :

–

À la maison :

25 p. 31



Méthode (DÉVELOPPEMENT PLUS COMPLIQUÉ)

On veut développer et réduire $A = (5x + 1)(3x - 4) + 7x$:

$$A = \underline{(5x + 1)(3x - 4)} + 7x \quad \text{On souligne ce que l'on doit développer.}$$

$$A = \underline{(5x + 1) \times (3x + (-4))} + 7x$$

$$A = \underline{5x \times 3x + 5x \times (-4) + 1 \times 3x + 1 \times (-4)} + 7x$$

$$A = \underline{15x^2 + (-20)x + 3x + (-4)} + 7x$$

$$A = 15x^2 + (-10)x + (-4).$$

On réduit.

On développe et on réécrit ce qui n'a pas été souligné.

Exemple : Développer et réduire $B = (4x - 3)^2 - 5x^2$.

$$B = \underline{(4x - 3)^2} - 5x^2$$

$$B = \underline{(4x)^2 + 2 \times 4x \times (-3) + (-3)^2} - 5x^2$$

$$B = \underline{16x^2 + (-24)x + 9} - 5x^2$$

$$B = 9x^2 + (-24)x + 9$$

$$B = 9x^2 - 24x + 9.$$

2. Factorisations



Méthode (FACTORISER PAR UN NOMBRE CONNU OU INCONNU)

On veut factoriser $A = 5x^2 + 7x$:

$$A = 5x^2 + 7x$$

$$A = 5 \times x \times x + 7 \times x \quad \text{On fait apparaître toutes les multiplications.}$$

$$A = \underline{5 \times x} \times x + \underline{7 \times x} \quad \text{On souligne ce qui est en commun dans chaque multiplication.}$$

$$A = \underline{x} \times (5 \times x + 7) \quad \text{On écrit le facteur commun devant et ce qui reste entre parenthèses.}$$

$$A = x(5x + 7). \quad \text{On simplifie l'écriture.}$$

Exemple : Factoriser $B = 11x - 9x^2$.

$$B = 11x - 9x^2$$

$$B = 11 \times x - 9 \times x \times x$$

$$B = \underline{x} \times (11 - 9 \times x)$$

$$B = x(11 - 9x).$$

■ EXERCICE : Factoriser $C = 4x^2 + x$.

Solution :

$$C = 4x^2 + x$$

$$C = 4 \times x \times x + 1 \times x$$

$$C = \underline{x} \times (4 \times x + 1)$$

$$C = x(4x + 1).$$

Oral :
7 p. 30

En classe :
—

À la maison :
38 p. 32



Méthode (FACTORISER PAR UNE EXPRESSION)

On veut factoriser $A = (4x + 1)(3x - 2) - (5x - 7)(4x + 1)$:

$$A = \underline{(4x + 1)}(3x - 2) - (5x - 7)\underline{(4x + 1)} \quad \leftarrow \text{On souligne les facteurs communs}$$

$$A = \underline{(4x + 1)} [(3x - 2) - (5x - 7)] \quad \leftarrow \text{On écrit le facteur commun devant et le reste entre []}$$

$$A = (4x + 1) [3x - 2 + (-5)x + 7] \quad \leftarrow \text{On supprime les () en faisant attention au signe devant}$$

$$A = (4x + 1) (-2x + 5). \quad \leftarrow \text{On réduit dans les parenthèses}$$

Exemple : Factoriser $B = (7x - 2)(6x - 4) + (2x + 1)(6x - 4)$:

$$B = (7x - 2)\underline{(6x - 4)} + (2x + 1)\underline{(6x - 4)}$$

$$B = \underline{(6x - 4)} [(7x - 2) + (2x + 1)]$$

$$B = (6x - 4) (7x - 2 + 2x + 1)$$

$$B = (6x - 4) (9x - 1).$$

■ EXERCICE : Factoriser $C = (4x + 1)^2 - (3x + 10)(4x + 1)$.

Solution :

$$C = (4x + 1)^2 - (3x + 10)(4x + 1)$$

$$C = (4x + 1) \times (4x + 1) + (3x + 10) \times \underline{(4x + 1)} \quad \leftarrow \text{On fait apparaître les multiplications}$$

$$C = \underline{(4x + 1)} [(4x + 1) - (3x + 10)]$$

$$C = (4x + 1) [4x + 1 + (-3)x + (-10)]$$

$$C = (4x + 1) (x - 9).$$

II – Identités remarquables



Identités remarquables (I.R.)

a et b sont des expressions littérales ou des nombres. Alors :

$$\textcircled{1} \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\textcircled{2} \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\textcircled{3} \quad (a - b)(a + b) = (a - b)^2.$$



Méthode (DÉVELOPPER ET RÉDUIRE GRÂCE À UNE I.R.)

On veut développer et réduire par exemple $A = (2x - 3)^2$:

$$A = (2x - 3)^2$$

$$A = \underline{(2x - 3)^2}$$

On repère quelle I.R. et on cherche a et b

$$A = \underline{(2x)^2} - \underbrace{2 \times 2x \times 3}_{\text{On applique l'identité remarquable avec } a = 2x \text{ et } b = (-3)} + \underline{3^2}$$

$$A = 4x^2 - 12x + 9$$

On calcule les 3 multiplications

$$A = 4x^2 - 12x + 9.$$

Exemple : Développer et réduire $B = (4x - 1)^2$:

$$B = (4x - 1)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times -1 + 1^2 = 16x^2 - 8x + 1.$$

Exemple : Développer et réduire $B = (6x + 2)(6x - 2)$:

$$B = (6x + 2)(6x - 2)$$

$$B = (6x)^2 - 2^2$$

$$B = 36x^2 - 4$$

■ EXERCICE : Développer et réduire $C = (3x + 5)^2$

$$\begin{aligned}\text{Solution : } C &= (3x + 5)^2 \\ C &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 \\ C &= 9x^2 + 30x + 25.\end{aligned}$$

■ EXERCICE : Développer et réduire $D = (7 - 5x)(7 + 5x)$.

$$\begin{aligned}\text{Solution : } D &= (7 - 5x)(7 + 5x) \\ D &= 7^2 - (5x)^2 \\ D &= 49 - 25x^2.\end{aligned}$$

Oral :
5, 18 p. 30

En classe :
27, 34 p. 31

À la maison :
28, 35 p. 31

Factoriser en utilisant une identité remarquable est un peu plus délicat. On va détailler selon l'identité remarquable à utiliser :



Méthode (FACTORISER AVEC L'IDENTITÉ REMARQUABLE ③)

1er type de factorisation : On veut factoriser $A = 16x^2 - 9$:

$$\begin{aligned}A &= 16x^2 - 9 \\ A &= (\sqrt{16}x)^2 - (\sqrt{9})^2 \quad \leftarrow \text{On met au carré en mettant les nombres sous } \sqrt{} \text{ (au brouillon)} \\ A &= (4x)^2 - 3^2 \quad \leftarrow \text{On calcule les } \sqrt{} \\ A &= (4x - 3)(4x + 3) \quad \leftarrow \text{On utilise } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)\end{aligned}$$

2ème type de factorisation : On veut factoriser $B = (8x - 5)^2 - 9$:

$$\begin{aligned}B &= (8x - 5)^2 - 9 \\ B &= (8x - 5)^2 - (\sqrt{9})^2 \quad \leftarrow \text{On met au carré en mettant le nombres sous } \sqrt{} \text{ (au brouillon)} \\ B &= (8x - 5)^2 - 3^2 \quad \leftarrow \text{On calcule } \sqrt{} \\ B &= [(8x - 5) - 3][(8x - 5) + 3] \quad \leftarrow \text{On utilise } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \\ B &= (8x - 5 - 3)(8x - 5 + 3) \quad \leftarrow \text{On supprime les petites parenthèses} \\ B &= (8x - 8)(8x - 2) \quad \leftarrow \text{On réduit dans chaque parenthèse}\end{aligned}$$

Exemple : Factoriser $C = 25x^2 - 49$.

$$\begin{aligned}C &= 25x^2 - 49 \\ C &= (\sqrt{25}x)^2 - (\sqrt{49})^2 \\ C &= (5x)^2 - 7^2 \\ C &= (5x - 7)(5x + 7)\end{aligned}$$

■ EXERCICE : Factoriser $D = (7x + 3)^2 - 81$.

Solution :

$$\begin{aligned}D &= (7x + 3)^2 - 81 \\ D &= (7x + 3)^2 - (\sqrt{81})^2 \\ D &= (7x + 3)^2 - 9^2 \\ D &= [(7x + 3) - 9][(7x + 3) + 9] \\ D &= (7x + 3 - 9)(7x + 3 + 9) \\ D &= (7x - 6)(7x + 12).\end{aligned}$$



Méthode (FACTORISER AVEC L'IDENTITÉ REMARQUABLE ① OU ②)

1er type de factorisation : On veut factoriser $A = 4x^2 - 12x + 9$:

$$A = 4x^2 - 12x + 9$$

$A = (\sqrt{4}x)^2 - 12x + (\sqrt{9})^2 \leftarrow$ On met au carré en mettant les nombres sous $\sqrt{}$ (au brouillon)

$A = (2x)^2 - 12x + 3^2 \leftarrow$ On calcule les $\sqrt{}$

$A = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 \leftarrow$ Maintenant qu'on a a et b , on vérifie le "double produit"

$A = (2x - 3)^2 \leftarrow$ On applique ① ou ② avec $a = 2x$ et $b = 3$

Exemple : Factoriser $E = 16x^2 - 8x + 1$.

$$E = 16x^2 - 8x + 1$$

$$E = (\sqrt{16}x)^2 - 8x + (\sqrt{1})^2$$

$$E = (4x)^2 - 8x + 1^2$$

$E = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 \leftarrow$ le double-produit est bon!

$$E = (4x - 1)^2$$

■ EXERCICE : Factoriser $F = 9 + 18x + 9x^2$.

Solution : $F = 9 + 18x + 9x^2 = (\sqrt{9})^2 + 18x + (\sqrt{9}x)^2 = 3^2 + 18x + (3x)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 3x + (3x)^2 = (3 + 3x)^2$.

Oral :
8, 9 p. 30

En classe :
—

À la maison :
42 p. 32

Tableur : 86, 87 p. 35