

هذا الملف تم تدميله من موقع Talamid.ma

Chapitre ①: Les racines carrées

La racine carrée d'un nombre réel positif

1) Définition: a un nombre réel positif
La racine carrée de a c'est le nombre réel positif dont le carré est égale à a noté $\sqrt{a}$

Résultat $\sqrt{a^2} = a$ $\sqrt{a}^2 = a$

2) Exemples:

$$\begin{aligned} * \sqrt{4} &= \sqrt{2^2} = 2 & * \sqrt{9} &= \sqrt{3^2} = 3 \\ * \sqrt{49} &= \sqrt{7^2} = 7 & * \sqrt{64} &= \sqrt{8^2} = 8 \\ * \sqrt{\frac{25}{100}} &= \sqrt{\left(\frac{5}{10}\right)^2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} & * \sqrt{\frac{49}{25}} &= \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2} = \frac{7}{5} \\ * \sqrt{0} &= \sqrt{0^2} = 0 & * \sqrt{1} &= \sqrt{1^2} = 1 \end{aligned}$$

3) Propriété: a un nombre réel

$$\begin{aligned} * \text{Si } a > 0 \text{ alors: } \sqrt{a^2} &= \sqrt{a^2} = a \\ * \text{Si } a < 0 \text{ alors: } \sqrt{a^2} &= \sqrt{a^2} = -a \end{aligned}$$

Exemples:

$$\begin{aligned} * \sqrt{\frac{11}{5}} &= \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}} & * \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} &= \frac{3}{2} \\ * \sqrt{(-7)^2} &= 7 & * \sqrt{(-3)^2} &= 3 \\ * \sqrt{(-7-\sqrt{3})^2} &= -(-7-\sqrt{3}) = 7+\sqrt{3} \\ * \sqrt{7+\sqrt{2}}^2 &= \sqrt{7+2} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3 \end{aligned}$$

Définition

Définition: Conjugue

Le conjugué de $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ est $\sqrt{a} - \sqrt{b}$
Le conjugué de $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ est $\sqrt{a} + \sqrt{b}$
et on a: $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$

Résolution de l'équation $x^2 = a$

$a > 0$ L'équation a deux solutions $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$
 $a = 0$ L'équation a une seule solution 0
 $a < 0$ L'équation n'a pas de solution

Exemples:

1) L'équation $3x^2 + 15 = 3$ est équivalente à
 $3x^2 = 3 - 15$
 $3x^2 = -12$
 $x^2 = \frac{-12}{3}$
 $x^2 = -4$

donc cette équation n'a pas de solutions.

2) L'équation $2(x^2 - 1) = -2$ est équivalente à
 $2x^2 - 2 = -2$
 $2x^2 = -2 + 2$
 $2x^2 = 0$
 $x^2 = 0$
 $x = 0$

Cette équation a une seule solution qui est 0

3) L'équation $2x^2 = 6$ est équivalente à
 $x^2 = \frac{6}{2}$
 $x^2 = 3$

cette équation admet deux solutions $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$

Suppression de la racine du dénominateur

Cas ①: Dénominateur ne contenant pas + ou -

$$\begin{aligned} * \frac{2}{\sqrt{5}} &= \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ * \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{5 \times 2} = \frac{\sqrt{6}}{10} \\ * \frac{2+\sqrt{7}}{3\sqrt{11}} &= \frac{\sqrt{11}(2+\sqrt{7})}{3 \times 11} = \frac{2\sqrt{11} + \sqrt{77}}{33} \end{aligned}$$

Cas ②: Dénominateur contenant + ou -

$$\begin{aligned} * \frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} &= \frac{3(\sqrt{2} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})} = \frac{3(\sqrt{2} - \sqrt{5})}{2 - 5} \\ &= \frac{3(\sqrt{2} - \sqrt{5})}{-3} = \sqrt{5} - \sqrt{2} \\ * \frac{\sqrt{3}}{4 - \sqrt{6}} &= \frac{\sqrt{3}(4 + \sqrt{6})}{(4 - \sqrt{6})(4 + \sqrt{6})} = \frac{4\sqrt{3} + \sqrt{18}}{16 - 6} = \frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{10} \end{aligned}$$