Correction de l'examen

Exercice 1:

1- *Résolution des équations :*

a) $x-3=5-x$

$x-3+3=5-x+3$

$x=8-x$

$x+x=8-x+x$

$2x=8$

$\frac{2x}{2}=\frac{8}{2}$

$x=4$

La solution de cette équation est 4.

b) $5x(x-3)+(2x+1)(x-3)=0$

$(x-3)\,(5x+2x+1)=0$

$(x-3)(7x+1)=0$

$x-3=0$ *ou* $7x+1=0$

$x-3+3=0+3$ *ou* $7x+1-1=0-1$

$x=3$ *ou* $7x=-1$

$x=3$ *ou* $\frac{7x}{7}=\frac{-1}{7}$

$x=3$ *ou* $x=\frac{-1}{7}$

Les solutions de cette équation sont : 3 *et* $\frac{-1}{7}$

2- *Résolution des inéquations*

a) $5x+1<2x-5$

$5x+1-1<2x-5-1$

$5x<2x-6$

$5x-2x<2x-6-2x$

$7x<-6$ *. Puisque* $7>0$ *alors :*

$\frac{7x}{7}<\frac{-6}{7}$

$x<\frac{-6}{7}$

Les solutions de cette inéquation sont tous les nombres réels qui sont strictement inférieur à $\frac{-6}{7}$

b) $\frac{x-4}{3}<\frac{x-2}{2}$

$\frac{2(x-4)}{2\times3}<\frac{3(x-2)}{3\times2}$

Puisque $6>0$ *alors :*

$2(x-4)<3(x-2)$

$2x-8<3x-6$

$2x-3x<-6+8$

$-x<2$ *.puisque* $1-<0$ *alors :*

$\frac{-x}{-1}>\frac{2}{-1}$

$x>-2$

Les solutions de cette inéquation sont tous les nombres réels qui sont strictement supérieur à -2

3- *Résolution de système*

a) $\begin{cases} x+y=186 \\ x-2y=0 \end{cases}$

D'après la deuxième équation on a : $x=2y$ *. Je remplace* x *par* $2y$ *dans la première équation je trouve :*

$2y+y=186$ *alors* $3y=186$ *par suite* $y=\frac{186}{3}$ *, d'où* $y=62$.

On a $x=2y=2\times62=124$ *d'où* $x=124$.

Le couple $(12,62)$ *est la solution unique de ce système .*

b) Résolution du problème :

❖ Choix des inconnues :

x: *le nombre de livres en arabe*

y: *le nombre de livres en* français

❖ Mise en système

Le total de livres est égale 186 *signifie que* $x+y=186$

Le nombre de livres en arabe est égal au double de nombre de livres en français signifie que $x=2y$ *alors* $x-2y=0$

$\begin{cases} x+y=186 \end{cases}$

Finalement je trouve le système $x - 2y = 0$

❖ Résolution du système:

$D'après\ la\ question\ (3.a)\ on\ a\ \ x = 124\ et\ y = 62$

❖ *La vérification :*

$x + y = 124 + 62 = 186\ et\ \ 2 \times 62 = 124$

❖ *La conclusion :*

Le nombre de livres en arabe est 124 *et le nombre de livres en* français *est* 62 .

Exercice 2:

1- $f(x) = 2x - 4$

a) $f(0) = 2 \times 0 - 4 = 0 - 4 = -4\ \ et\ f(1) = 2 \times 1 - 4 = 2 - 4 = -2\ alors\ f(0) = -4\ et\ f(1) = -2$

b) $Le\ nombre\ a\ , a\ pour\ image\ 2\ par\ f\ signifie\ que\ f(a) = 2\ alors\ 2a - 4 = 2\ \ par\ suite\ 2a = 6\ d'où\ a = \frac{6}{2} = 3$

$le\ nombre\ a\ , qui\ \ a\ pour\ image\ 2\ par\ f\ est\ \ a = 3.$

c) $Le\ point\ H(1;2) appartient - il\ à\ (D_1)?$

$Comme\ f(1) = -2 \neq 2\ alors\ le\ point\ H\ n'appartient\ pas\ au\ (D_1).$

d) $Détermine\ l'abscisse\ du\ point\ d'intersection\ de\ (D_1) et\ l'axe\ des\ abscisses$

$On\ note\ K(x_K, y_K)\ le\ point\ d'intersection\ de\ (D_1) et\ l'axe\ des\ abscisses\ alors\ y_K = 0.$

$K\in (D_1)\ alors\ f(x_K) = y_k\ par\ suite\ \ 2x_K - 4 = 0\ donc\ x_K = \frac{4}{2} = 2.$

$l'abscisse\ du\ point\ d'intersection\ de\ (D_1)\ et\ l'axe\ des\ abscisses\ est\ 2.$

2- $(D_2)\ \ passe\ par\ le\ point\ P(-1;2)$

a) $g\ est\ une\ fonction\ linéaire\ alors\ g(x) = ax. Puisque\ (D_2)\ \ passe\ par\ le\ point\ P(-1;2)\ alors\ g(-1) = 2\ d'où$

$a = \frac{g(-1)}{-1} = \frac{2}{-1} = -2\ donc\ g(x) = -2x\ .$

b) $Détermine\ l'abscisse\ du\ point\ d'intersection\ de\ (D_1) et\ \ (D_2)$

$Soit\ L(x_L; y_L)\ le\ point\ d'intersection\ de\ (D_1)\ et\ \ (D_2)\ alors\ f(x_L) = g(x_L)\ donc\ 2x_L - 4 = -2x_L\ par\ suite$

$2x_L + 2x_L = 4\ alors\ 4x_L = 4\ d'où\ x_L = 1\ .$

Exercice 3

1- $A(0;-4)\ et\ C(4;4)$

$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A\ ; y_C - y_A)\ \ alors\ \overrightarrow{AC}(4 - 0; 4 - (-4))\ d'où\ \overrightarrow{AC}(4;8)$

$On\ a\ \overrightarrow{AC}(4;8)\ alors\ AC = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}\ d'où\ AC = 4\sqrt{5}.$

2- $Soit\ \ M(x_M; y_M)\ le\ milieu\ du\ segment\ [AC] alors:$

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0 + 4}{2} = \frac{4}{2} = 2 = x_E\ et\ \ y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-4 + 4}{2} = \frac{0}{2} = 0 = y_E$$

$Les\ point\ M\ et\ E\ ont\ même\ \ coordonnées\ alors\ E\ est\ le\ milieu\ de\ [AC].$

3- $L'équation\ réduite\ de\ la\ droite\ (AC) s'écrit\ sous\ la\ forme : y = mx + b$

$$m = \frac{y_A - y_C}{x_A + x_C} = \frac{8}{4} = 2\ alors\ y = 2x + p. Or\ A(0;-4)\in(AC) alors\ y_A = 2x_A + p\ par\ suite - 4 = 2 \times 0 + p\ d'où\ p = -4$$

$L'équation\ réduite\ de\ la\ droite\ (AC)\ est : y = 2x - 4.$

4- a) $on\ a\ (\Delta): y = \frac{-1}{2}x + 1\ et\ E(2,0)\ \ alors : Si\ x = x_E = 2\ alors\ y = \ \frac{-1}{2} \times 2 + 1 = -1 + 1 = 0 = y_E$

$d'où\ le\ point\ E\ apparient\ à\ la\ droite\ (\Delta)\ par\ suite\ la\ droite\ (\Delta)\ passe\ par\ le\ point\ E.$

b) $on\ a\ \ :\ (AC)\ \ : y = 2x - 4\ et\ \ (\Delta): y = \frac{-1}{2}x + 1. comme\ 2 \times \frac{-1}{2} = -1\ alors\ (\Delta)\perp(AC).$

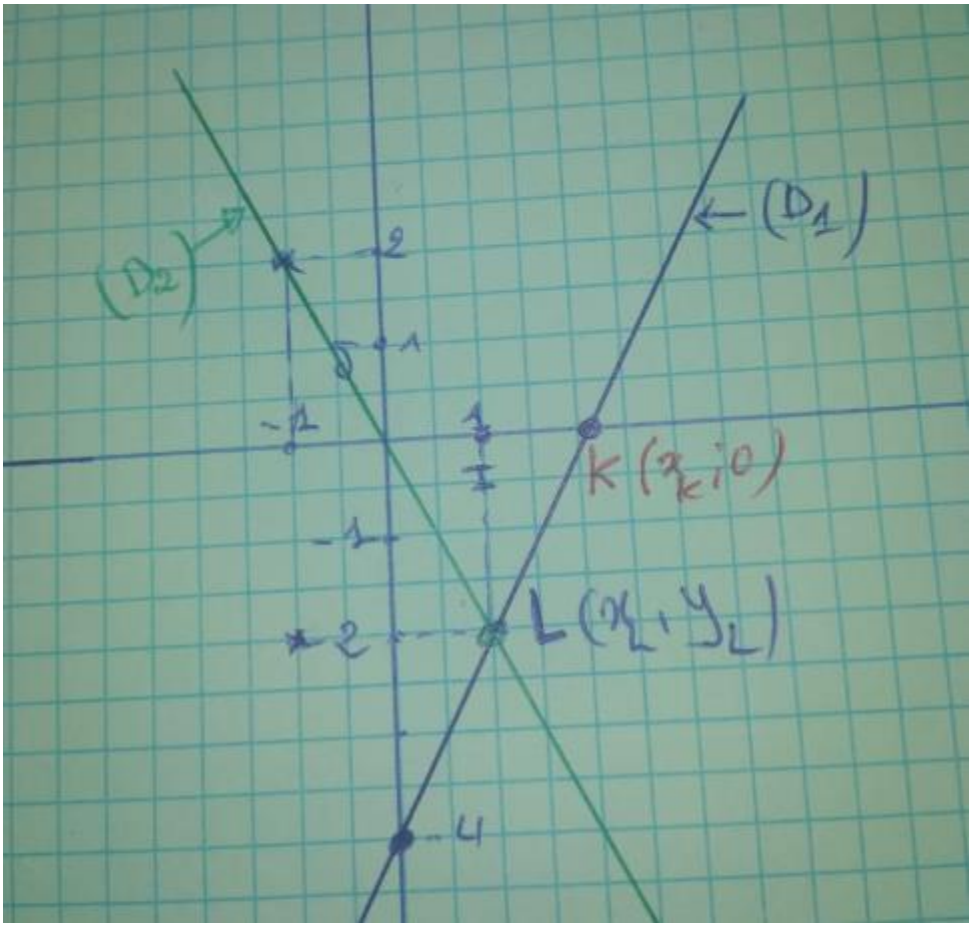
$Puisque\ (\Delta)\ est\ \ perpendiculaire\ à\ [AC]\ en\ son\ milieu\ alors\ (\Delta)\ est\ la\ médiatrice\ de\ [AC].$

5- $L'équation\ réduite\ de\ la\ droite\ (L)\ s'écrit\ sous\ la\ forme : y = ax + b.$

$Puisque\ (L)\ parallèle\ à\ (AC) donc\ a = 2\ alors\ y = 2x + b\ . Or\ B(3;0)\in(L) alors\ y_B = 2x_B + b\ par\ suite\ 0 = 2 \times 3 + b$

$0 = 6 + b\ donc\ \ b = -6. d'où\ l'équation\ réduite\ de\ la\ droite\ (L)\ est : y = 2x - 6.$

6- *La représenation de* (D_1) *et* (D_2) *dans un même repère* (O, I, J)



Exercice 4

1- $voir\ la\ figure\ ci-dessous$.

2- $Puisque\ I\ est\ \ le\ milieu\ de\ [BC]\ alors\ \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$ $d'où\ le\ point\ C\ est\ l'image\ du\ point\ I\ par\ la\ translation\ T$.

3- $On\ a\ I\ et\ C\ sont\ respectives\ les\ images\ des\ points\ B\ et\ C\ alors\ l'image\ de\ (BI) est\ (IC)\ et\ puisque\ les\ deux\ droites$ $(BC) et\ (BI) sont\ confondus\ alors\ ils\ ont\ même\ \ images\ d'où\ l'image\ de\ (BC) est\ (BC)$.

4- $Puisque\ K\ est\ l'image\ de\ A\ par\ la\ translation\ T\ alors\ le\ quadrilatère\ AKIB\ est\ un\ parallélogramme.$

$BI = \frac{BC}{2} = \frac{2AB}{2} = AB\ et\ \widehat{ABK} = 90°\ alors\ le\ quadrilatère\ AKIB\ est\ un\ carré.$

5- $ABI\ est\ un\ triangle\ rectangle\ \ isocèle\ en\ B\ alors\ \widehat{BAI} = 45°, et\ puisque\ les\ points\ \ I\ , K\ et\ C\ sont\ respectives$ $les\ images\ des\ points\ B, A\ et\ I\ alors\ l'image de\ l'angle\ \widehat{BAI}\ est\ l'angle\ \widehat{IKC}\ d'où\ \widehat{IKC}\ = \widehat{BAI} = 45°.$